



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programa del Diploma

Guía de Estudios Matemáticos NM

Primeros exámenes: 2014



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programa del Diploma

Guía de Estudios Matemáticos NM

Primeros exámenes: 2014



Programa del Diploma

Guía de Estudios Matemáticos NM

Versión en español del documento publicado en marzo de 2012 con el título
Mathematical studies SL guide

Publicada en marzo de 2012

Publicada en nombre de la Organización del Bachillerato Internacional, una fundación educativa sin fines de lucro con sede en 15 Route des Morillons, 1218 Le Grand-Saconnex, Ginebra (Suiza), por

International Baccalaureate Organization Ltd (Reino Unido)
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Wales CF23 8GL
Reino Unido
Tel.: + 44 29 2054 7777
Fax: +44 29 2054 7778
Sitio web: www.ibo.org

© Organización del Bachillerato Internacional, 2012

La Organización del Bachillerato Internacional (conocida como IB) ofrece tres programas educativos exigentes y de calidad a una comunidad de colegios en todo el mundo, con el propósito de crear un mundo mejor y más pacífico. Esta publicación forma parte de una gama de materiales producidos con el fin de apoyar dichos programas.

El IB puede utilizar diversas fuentes en su trabajo y comprueba la información para verificar su exactitud y autoría original, en especial al hacer uso de fuentes de conocimiento comunitario, como Wikipedia. El IB respeta la propiedad intelectual, y hace denodados esfuerzos por identificar y obtener la debida autorización de los titulares de los derechos antes de la publicación de todo material protegido por derechos de autor utilizado. El IB agradece la autorización recibida para utilizar el material incluido en esta publicación y enmendará cualquier error u omisión lo antes posible.

El uso del género masculino en esta publicación no tiene un propósito discriminatorio y se justifica únicamente como medio para hacer el texto más fluido. Se pretende que el español utilizado sea comprensible para todos los hablantes de esta lengua y no refleje una variante particular o regional de la misma.

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede reproducirse, almacenarse o distribuirse de forma total o parcial, en manera alguna ni por ningún medio, sin la previa autorización por escrito del IB, sin perjuicio de lo estipulado expresamente por la ley o por la política y normativa de uso de la propiedad intelectual del IB. Véase la página <http://www.ibo.org/es/copyright> del sitio web público del IB para más información.

Los artículos promocionales y las publicaciones del IB pueden adquirirse en la tienda virtual del IB, disponible en <http://store.ibo.org>. Las consultas sobre pedidos deben dirigirse al departamento de marketing y ventas en Cardiff.

Tel.: +44 29 2054 7746
Fax: +44 29 2054 7779
Correo-e: sales@ibo.org

International Baccalaureate, Baccalauréat International y Bachillerato Internacional
son marcas registradas de la Organización del Bachillerato Internacional.

Impreso en el Reino Unido por Anthony Rowe Ltd (Chippenham, Wiltshire)

Declaración de principios del IB

El Bachillerato Internacional (IB) tiene como meta formar jóvenes solidarios, informados y ávidos de conocimiento, capaces de contribuir a crear un mundo mejor y más pacífico, en el marco del entendimiento mutuo y el respeto intercultural.

En pos de este objetivo, la organización colabora con establecimientos escolares, gobiernos y organizaciones internacionales para crear y desarrollar programas de educación internacional exigentes y métodos de evaluación rigurosos.

Estos programas alientan a estudiantes del mundo entero a adoptar una actitud activa de aprendizaje durante toda su vida, a ser compasivos y a entender que otras personas, con sus diferencias, también pueden estar en lo cierto.

Perfil de la comunidad de aprendizaje del IB

El objetivo fundamental de los programas del IB es formar personas con mentalidad internacional que, conscientes de la condición que los une como seres humanos y de la responsabilidad que comparten de velar por el planeta, contribuyan a crear un mundo mejor y más pacífico.

Los miembros de la comunidad de aprendizaje del IB se esfuerzan por ser:

Indagadores	Desarrollan su curiosidad natural. Adquieren las habilidades necesarias para indagar y realizar investigaciones, y demuestran autonomía en su aprendizaje. Disfrutan aprendiendo y mantendrán estas ansias de aprender durante el resto de su vida.
Informados e instruidos	Exploran conceptos, ideas y cuestiones de importancia local y mundial y, al hacerlo, adquieren conocimientos y profundizan su comprensión de una amplia y equilibrada gama de disciplinas.
Pensadores	Aplican, por propia iniciativa, sus habilidades intelectuales de manera crítica y creativa para reconocer y abordar problemas complejos, y para tomar decisiones razonadas y éticas.
Buenos comunicadores	Comprenden y expresan ideas e información con confianza y creatividad en diversas lenguas, lenguajes y formas de comunicación. Están bien dispuestos a colaborar con otros y lo hacen de forma eficaz.
Íntegros	Actúan con integridad y honradez, poseen un profundo sentido de la equidad, la justicia y el respeto por la dignidad de las personas, los grupos y las comunidades. Asumen la responsabilidad de sus propios actos y las consecuencias derivadas de ellos.
De mentalidad abierta	Entienden y aprecian su propia cultura e historia personal, y están abiertos a las perspectivas, valores y tradiciones de otras personas y comunidades. Están habituados a buscar y considerar distintos puntos de vista y dispuestos a aprender de la experiencia.
Solidarios	Muestran empatía, sensibilidad y respeto por las necesidades y sentimientos de los demás. Se comprometen personalmente a ayudar a los demás y actúan con el propósito de influir positivamente en la vida de las personas y el medio ambiente.
Audaces	Abordan situaciones desconocidas e inciertas con sensatez y determinación y su espíritu independiente les permite explorar nuevos roles, ideas y estrategias. Defienden aquello en lo que creen con elocuencia y valor.
Equilibrados	Entienden la importancia del equilibrio físico, mental y emocional para lograr el bienestar personal propio y el de los demás.
Reflexivos	Evalúan detenidamente su propio aprendizaje y experiencias. Son capaces de reconocer y comprender sus cualidades y limitaciones para, de este modo, contribuir a su aprendizaje y desarrollo personal.

Índice

Introducción	1
Propósito de esta publicación	1
El Programa del Diploma	2
Naturaleza de la asignatura	4
Objetivos generales	9
Objetivos de evaluación	10
Programa de estudios	11
Resumen del programa de estudios	11
Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje del curso	12
Temas relacionados con los conocimientos previos	15
Contenido del programa de estudios	17
Evaluación	38
La evaluación en el Programa del Diploma	38
Resumen de la evaluación	40
Evaluación externa	41
Evaluación interna	43
Apéndices	53
Glosario de términos de instrucción	53
Notación	55

Propósito de esta publicación

El propósito de esta publicación es servir de guía a los colegios en la planificación, la enseñanza y la evaluación de la asignatura. Si bien está dirigida principalmente a los profesores, se espera que estos la utilicen para informar sobre la asignatura a padres y alumnos.

Esta guía está disponible en la página de la asignatura en el Centro pedagógico en línea (<http://occ.ibo.org>), un sitio web del IB protegido por contraseña concebido para proporcionar apoyo a los profesores del IB. También puede adquirirse en la tienda virtual del IB (<http://store.ibo.org>).

Otros recursos

En el Centro pedagógico en línea (CPEL) pueden encontrarse también publicaciones tales como materiales de ayuda al profesor, informes de la asignatura, información adicional sobre la evaluación interna y descriptores de las calificaciones finales. En la tienda virtual del IB se pueden adquirir exámenes de muestra, exámenes de convocatorias pasadas y esquemas de calificación.

Se anima a los profesores a que visiten el CPEL para ver materiales adicionales creados o utilizados por otros docentes. Se les invita también a aportar información sobre materiales que consideren útiles, por ejemplo: sitios web, libros, videos, publicaciones periódicas o ideas pedagógicas.

Agradecimientos

El IB desea agradecer a los educadores y a los colegios por su generosa contribución de tiempo y recursos para la elaboración de esta guía.

Primeros exámenes: 2014

El Programa del Diploma

El Programa del Diploma es un curso preuniversitario exigente de dos años de duración, para jóvenes de 16 a 19 años. Su currículo abarca una amplia gama de áreas de estudio y aspira a formar alumnos informados y con espíritu indagador, a la vez que solidarios y sensibles a las necesidades de los demás. Se da especial importancia a que los jóvenes desarrollen el entendimiento intercultural y una mentalidad abierta, así como las actitudes necesarias para respetar y evaluar distintos puntos de vista.

El hexágono del Programa del Diploma

El currículo del programa se presenta mediante un hexágono dividido en seis áreas académicas dispuestas en torno a un núcleo (véase la figura 1), y fomenta el estudio de una variedad de áreas académicas durante los dos años. Los alumnos estudian dos lenguas modernas (o una lengua moderna y una clásica), una asignatura de humanidades o ciencias sociales, una ciencia experimental, una asignatura de matemáticas y una de las artes. Esta variedad hace del Programa del Diploma un curso exigente y muy eficaz como preparación para el ingreso a la universidad. Además, en cada una de las áreas académicas los alumnos tienen flexibilidad para elegir las asignaturas en las que estén particularmente interesados y que quizás deseen continuar estudiando en la universidad.

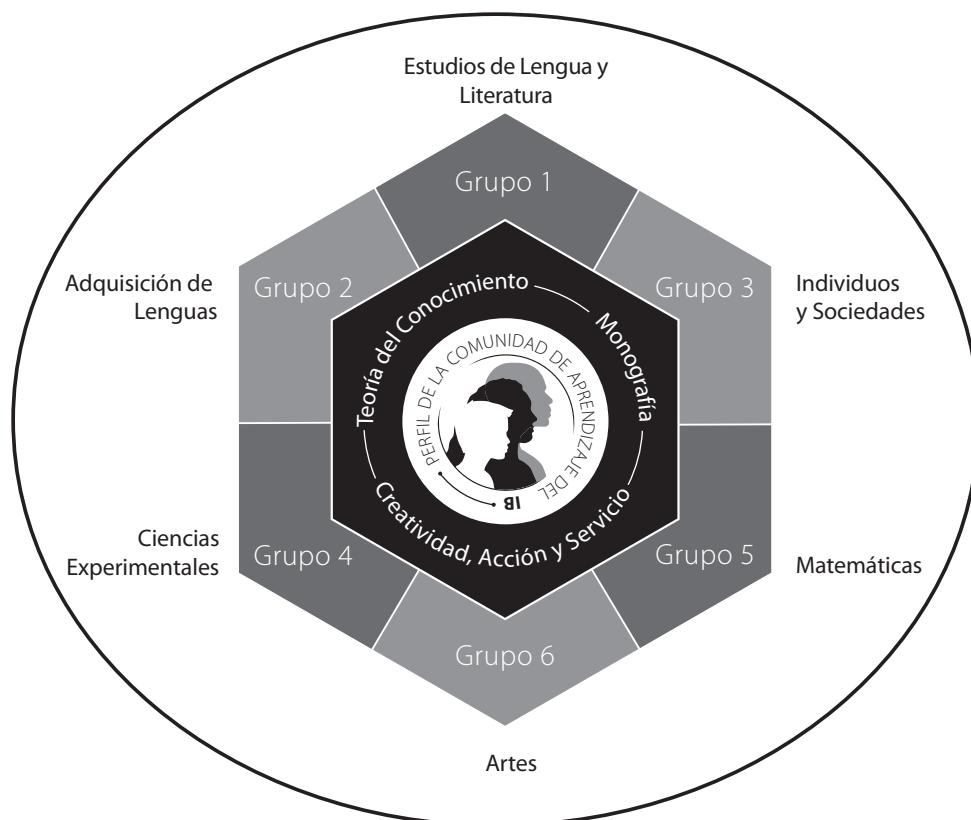


Figura 1
Modelo del Programa del Diploma

La combinación adecuada

Los alumnos deben elegir una asignatura de cada una de las seis áreas académicas, aunque también tienen la opción de elegir una segunda asignatura de los grupos del 1 al 5 en lugar de una asignatura del Grupo 6. Generalmente tres asignaturas (y no más de cuatro) deben cursarse en el Nivel Superior (NS) y las demás en el Nivel Medio (NM). El IB recomienda dedicar 240 horas lectivas a las asignaturas del NS y 150 a las del NM. Las asignaturas del NS se estudian con mayor amplitud y profundidad que las del NM.

En ambos niveles se desarrollan numerosas habilidades, en especial las de análisis y pensamiento crítico. Dichas habilidades se evalúan externamente al final del curso. En muchas asignaturas los alumnos realizan también trabajos que califica directamente el profesor en el colegio. Los exámenes pueden realizarse en español, francés e inglés, a excepción de los grupos 1 y 2: los exámenes de estos dos grupos se hacen en la lengua objeto de estudio.

El núcleo del hexágono

Todos los alumnos del Programa del Diploma deben completar los tres requisitos que conforman el núcleo del hexágono. La reflexión inherente a las actividades que los alumnos desarrollan en estas áreas es un principio fundamental de la filosofía del Programa del Diploma.

El curso de Teoría del Conocimiento anima a los alumnos a reflexionar sobre la naturaleza del conocimiento y el proceso de aprendizaje que tiene lugar en las asignaturas que estudian como parte del Programa del Diploma, y a establecer conexiones entre las áreas académicas. La Monografía, un trabajo escrito de unas 4.000 palabras, ofrece a los alumnos la oportunidad de investigar un tema de su elección que les interese especialmente. Asimismo, los estimula a desarrollar las habilidades necesarias para llevar a cabo una investigación independiente, habilidades que deberán poner en práctica en la universidad. Creatividad, Acción y Servicio posibilita el aprendizaje experiencial mediante la participación de los alumnos en una variedad de actividades artísticas, deportivas, físicas y de servicio a la comunidad.

La declaración de principios del IB y el perfil de la comunidad de aprendizaje del IB

El Programa del Diploma se propone desarrollar en los alumnos los conocimientos, las habilidades y las actitudes que necesitarán para alcanzar las metas del IB, tal como aparecen expresadas en su declaración de principios y en el perfil de la comunidad de aprendizaje del IB. La enseñanza y el aprendizaje en el Programa del Diploma representan la puesta en práctica de la filosofía educativa del IB.

Naturaleza de la asignatura

Introducción

La naturaleza de las matemáticas se puede resumir de varias maneras, por ejemplo, como un conjunto de conocimientos bien definido, un sistema abstracto de ideas o una herramienta útil. Es probable que para muchas personas sea una combinación de estas tres cosas, pero no hay duda de que el conocimiento matemático proporciona una clave importante para la comprensión del mundo en que vivimos. Las matemáticas pueden aparecer en nuestra vida de diversas formas: al comprar productos en el mercado, consultar un horario, leer un periódico, cronometrar un proceso o estimar una longitud. Para muchos de nosotros, las matemáticas también forman parte de nuestra profesión: los pintores han de aprender perspectiva, los músicos deben comprender las relaciones matemáticas dentro de un mismo ritmo y entre ritmos distintos, los economistas tienen que reconocer tendencias en las transacciones financieras y los ingenieros deben tener en cuenta los tipos de tensión de los materiales. Los científicos consideran las matemáticas como un lenguaje fundamental para la comprensión de lo que ocurre en la naturaleza. Algunas personas disfrutan de los desafíos que plantean los métodos lógicos de las matemáticas y de la aventura del razonamiento que suponen las demostraciones. Para otras, las matemáticas constituyen una experiencia estética o incluso uno de los pilares de la filosofía. Este predominio de las matemáticas en nuestra vida, con todas sus conexiones interdisciplinarias, ofrece motivos claros y suficientes para que sea una asignatura obligatoria para aquellos alumnos que cursan el Programa del Diploma completo.

Presentación de los cursos

Debido a las diversas necesidades, intereses y capacidades de los alumnos, existen cuatro cursos distintos de matemáticas pensados para diferentes grupos de alumnos: aquellos que quieren estudiar matemáticas en profundidad como una disciplina en sí misma o por su interés en materias afines; los que desean adquirir un cierto grado de comprensión y conocimiento que les ayude en el estudio de otras asignaturas; y aquellos que todavía no son conscientes de la relación que pueden tener las matemáticas con sus estudios y con la vida cotidiana. Cada curso está concebido para satisfacer las necesidades de un grupo concreto de alumnos. Así pues, los alumnos deben elegir cuidadosamente el curso más adecuado para ellos.

Para tomar esta decisión, se debe aconsejar a cada alumno que tenga en cuenta los siguientes factores:

- Las destrezas matemáticas que posee y el área de las matemáticas en la que puede obtener mejores resultados
- Su interés personal en las matemáticas y las áreas de la asignatura que puedan resultarle más interesantes
- Las otras asignaturas que elige en el Programa del Diploma
- Sus planes académicos para el futuro, en concreto, las asignaturas que desea estudiar
- La profesión que desea desempeñar en el futuro

Se espera que los profesores presten ayuda en este proceso y aconsejen a los alumnos.

Estudios Matemáticos NM

Este curso se ofrece solo en el Nivel Medio (NM) y su nivel es equivalente al de Matemáticas NM, pero aborda distintas necesidades. Hace hincapié en las aplicaciones de las matemáticas y la parte más extensa es sobre técnicas estadísticas. Está diseñado para alumnos con distintas capacidades y niveles de conocimiento matemáticos, y les ofrece oportunidades para aprender conceptos y técnicas importantes, así como para comprender una amplia variedad de temas matemáticos. Asimismo, los prepara para ser capaces de resolver problemas en distintos contextos, desarrollar un razonamiento matemático más complejo y mejorar su pensamiento crítico. El proyecto individual consiste en un trabajo extenso basado en una investigación personal que implica la recopilación, el análisis y la evaluación de información. Los alumnos que realizan este curso están bien preparados para las carreras de ciencias sociales, humanidades, lenguas o artes. Es posible que necesiten hacer uso, en sus futuros estudios, de la estadística y el pensamiento lógico que aprendan como parte del curso de Estudios Matemáticos NM.

Matemáticas NM

Este curso está destinado a alumnos que ya tienen conocimientos sobre los conceptos matemáticos fundamentales y que poseen las destrezas necesarias para aplicar correctamente técnicas matemáticas sencillas. La mayoría de estos alumnos va a necesitar una formación matemática sólida como preparación para sus estudios posteriores en áreas tales como la química, la economía, la psicología, y la administración y gestión de empresas.

Matemáticas NS

Este curso está destinado a alumnos con una buena formación matemática que poseen una serie de destrezas analíticas y técnicas. Para la mayoría de estos alumnos, las matemáticas constituirán uno de los componentes fundamentales de sus estudios universitarios, como materia en sí misma o en áreas tales como la física, la ingeniería y la tecnología. Para otros la elección puede deberse a que tengan un gran interés por las matemáticas, les atraigan sus desafíos y disfruten con la resolución de los problemas que se plantean.

Ampliación de Matemáticas NS

Este curso se ofrece solo en el Nivel Superior (NS). Está destinado a alumnos con una sólida formación matemática que han alcanzado un alto nivel de competencia en una serie de destrezas analíticas y técnicas, y que muestran un interés considerable por la materia. La mayor parte de estos alumnos pretende seguir estudios de matemáticas en la universidad, bien como materia en sí misma o bien como componente fundamental de algún área relacionada con ella. El curso se ha concebido específicamente para que los alumnos puedan comprender en profundidad diversas ramas de las matemáticas y conocer también sus aplicaciones prácticas. Se espera que los alumnos que elijan este curso también elijan Matemáticas NS.

Nota: Matemáticas NS es un curso ideal para aquellos alumnos que desean hacer de las matemáticas un componente importante en sus estudios universitarios, bien como materia en sí misma o como parte de cursos como física, ingeniería o tecnología. No se debe considerar necesario que tales alumnos realicen la Ampliación de Matemáticas NS. Por el contrario, Ampliación de Matemáticas NS es un curso opcional para alumnos con una aptitud e interés especiales en las matemáticas, que los capacitará para estudiar algunos aspectos más amplios y profundos de las mismas, pero no es, en ningún caso, una titulación necesaria para seguir estudios superiores de matemáticas.

Estudios Matemáticos NM: descripción del curso

El programa de estudios del curso se centra en temas matemáticos importantes que están relacionados entre sí. Está organizado y estructurado de acuerdo con los siguientes principios: hacer más hincapié en la comprensión

de los conceptos fundamentales por parte del alumno que en la manipulación simbólica y en las destrezas de manipulación complejas; hacer más hincapié en el desarrollo del razonamiento matemático de los alumnos que en la realización de operaciones rutinarias; resolver problemas matemáticos incluidos en una gran variedad de contextos; y utilizar la calculadora de forma eficaz.

El curso incluye el desarrollo de un proyecto, una característica única de Estudios Matemáticos NM del Grupo 5. Cada alumno realiza un proyecto a partir de una investigación personal que orienta y supervisa el profesor. El proyecto proporciona a los alumnos la oportunidad de llevar a cabo un estudio matemático de su elección, utilizando la propia experiencia, las destrezas y los conocimientos adquiridos durante el curso. Este proceso permite a los alumnos asumir la responsabilidad exclusiva sobre una parte de sus estudios de matemáticas.

Los alumnos cuyos principales intereses se encuentren fuera del campo de las matemáticas serán quienes más probablemente elijan este curso y, para muchos de ellos, esta será la última vez que estudien formalmente la disciplina. Por tanto, todas las partes del programa de estudios se han elegido cuidadosamente para que sea posible su estudio a partir de principios elementales. En consecuencia, los alumnos podrán utilizar su propia capacidad de razonamiento lógico sin necesidad de recurrir a algoritmos ni memorizar fórmulas. A los alumnos que previsiblemente vayan a necesitar las matemáticas en sus estudios posteriores se les debe orientar hacia otro curso de matemáticas.

Dada la naturaleza de este curso, los profesores pueden considerar inapropiados los métodos tradicionales de enseñanza y optar por técnicas menos formales de aprendizaje en equipo que, tal vez, sean más motivadoras y gratificantes para los alumnos. Por lo general, es más fácil captar el interés de los alumnos con clases en las que se empieza, siempre que sea posible, con investigaciones prácticas, para seguir después con el análisis de los resultados hasta llegar a la comprensión de un principio y su formulación en lenguaje matemático. Este tipo de enfoque probablemente ayude a los alumnos a comprender mejor las matemáticas, pues les proporciona un contexto de aplicación y les permite entender mejor cómo han de estructurar el trabajo para el proyecto.

Conocimientos previos

Las matemáticas constituyen una materia lineal y se espera que la mayoría de los alumnos que elijan un curso de matemáticas del Programa del Diploma hayan estudiado matemáticas durante, al menos, 10 años. Los alumnos habrán estudiado una gran variedad de temas, con distintos enfoques de la enseñanza y el aprendizaje. Por lo tanto, contarán con una amplia diversidad de destrezas y conocimientos al comenzar el curso de Estudios Matemáticos NM. La mayoría tendrá alguna formación en aritmética, álgebra, geometría, trigonometría, probabilidad y estadística. A algunos les resultará familiar el enfoque de indagación y es probable que hayan tenido ocasión de realizar un trabajo extenso de matemáticas.

Al comienzo de la sección del programa de estudios, hay una lista de temas que, se presume, los alumnos deben ya conocer para el curso de Estudios Matemáticos NM. Se entiende que algunos de ellos pueden ser desconocidos para algunos alumnos, pero se prevé que puede haber otros temas dentro del programa de estudios que los alumnos ya conozcan. Los profesores deben planificar la enseñanza de modo que se incorporen los temas mencionados que sean desconocidos para sus alumnos.

Vínculos con el Programa de los Años Intermedios

Los temas relacionados con los conocimientos previos de los cursos del Programa del Diploma (PD) han sido elaborados conjuntamente con la *Guía de Matemáticas* del Programa de los Años Intermedios (PAI). Los enfoques de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas del PD se basan en los enfoques utilizados en el PAI. Estos incluyen investigaciones, exploración y una variedad de herramientas de evaluación.

El documento *El continuo de Matemáticas del IB: del PAI al Programa del Diploma* (noviembre de 2010) está disponible en las páginas de matemáticas del PD en el Centro pedagógico en línea (CPEL). Esta extensa publicación se centra en la coherencia entre las matemáticas en el Programa de los Años Intermedios y el Programa del Diploma. Se desarrolló en respuesta a los comentarios proporcionados por los Colegios del Mundo del IB, que expresaban la necesidad de articular la transición de Matemáticas del Programa de los Años Intermedios a los cursos de matemáticas del Programa del Diploma. La publicación también destaca las similitudes y diferencias entre las matemáticas del PAI y las del PD, y constituye un valioso recurso para los profesores.

Matemáticas y Teoría del Conocimiento

La *Guía de Teoría del Conocimiento* (marzo de 2006) identifica cuatro formas de conocimiento, y se puede afirmar que todas ellas tienen una función en la adquisición de conocimientos matemáticos. Si bien es probable que, en un principio, las matemáticas estén inspiradas por los datos de la percepción sensorial, estas están dominadas por la razón y algunos matemáticos sostienen que su materia es un lenguaje que, de algún modo, es universal. Sin embargo, tampoco hay duda alguna de que los matemáticos perciben la belleza en las matemáticas y que la emoción puede ser un motor poderoso en la búsqueda del conocimiento matemático.

Como un área de conocimiento, las matemáticas parecen proporcionar una certeza que, quizás, falta en otras disciplinas. Esto puede estar relacionado con la “pureza” de la materia, que la hace a veces parecer divorciada de la realidad. Sin embargo, las matemáticas también proporcionan un conocimiento importante sobre el mundo, y el uso de las matemáticas en la ciencia y la tecnología ha constituido una de las fuerzas impulsoras de los avances científicos.

A pesar de todo su indudable poder para facilitar el entendimiento y el cambio, las matemáticas son finalmente un fenómeno desconcertante. Un interrogante fundamental para todos los entendidos es si el conocimiento matemático realmente existe con independencia de nuestro pensamiento respecto del mismo; ¿está “esperando ser descubierto” o es una creación del ser humano?

Se debe atraer la atención de los alumnos hacia cuestiones que relacionan la Teoría del Conocimiento (TdC) con las matemáticas, y animarlos a plantear tales cuestiones por sí mismos, en las clases de Matemáticas y en las de Teoría del Conocimiento. Esto incluye el cuestionamiento de todas las afirmaciones anteriores. En la columna “Vínculos” del contenido del programa de estudios se proporcionan ejemplos relacionados con Teoría del Conocimiento. Los profesores también pueden discutir sobre cuestiones tales como las que se plantean en la sección “Áreas de conocimiento” de la *Guía de Teoría del Conocimiento*.

Matemáticas y la dimensión internacional

Las matemáticas son, de algún modo, un lenguaje internacional y, aparte de algunas ligeras diferencias en la notación, los matemáticos de todo el mundo se pueden comunicar en su campo. Aunque las matemáticas trascienden la política, la religión y la nacionalidad, a través de la historia grandes civilizaciones deben su éxito, en parte, a la capacidad de sus matemáticos para crear y mantener estructuras sociales y arquitectónicas complejas.

A pesar de los recientes avances en el desarrollo de las tecnologías de la información y las comunicaciones, el intercambio global de información e ideas matemáticas no es un fenómeno nuevo y ha sido esencial para el desarrollo de las matemáticas. En efecto, muchos de los fundamentos de la matemática moderna fueron establecidos hace muchos siglos por las civilizaciones árabe, griega, india y china, entre otras. Los profesores pueden utilizar sitios web que incluyan líneas de tiempo para mostrar las contribuciones que las distintas civilizaciones han hecho a las matemáticas y no solo por sus contenidos matemáticos. Dar a conocer los

personajes y personalidades de los matemáticos en cuestión, así como el contexto histórico en el que trabajaban, pone de relieve la dimensión humana y cultural de las matemáticas.

La importancia de las ciencias y la tecnología en el mundo cotidiano es evidente, pero el papel fundamental de las matemáticas no está tan claramente reconocido. Es el lenguaje de la ciencia y sustenta la mayoría de los desarrollos en las ciencias y la tecnología. Un buen ejemplo de ello es la revolución digital que está transformando el mundo, basada en el sistema de numeración binario de las matemáticas.

Ya existen varios organismos internacionales para promover las matemáticas. Se anima a los alumnos a acceder a los sitios web de las organizaciones matemáticas internacionales para apreciar mejor la dimensión internacional y participar en las cuestiones globales en torno a la materia.

En la columna “Vínculos” del programa de estudios se proporcionan ejemplos de temas globales relacionados con la mentalidad internacional (**Dimensión internacional**).

Objetivos generales

Objetivos generales del Grupo 5

Todos los cursos de matemáticas del Grupo 5 tienen como meta permitir a los alumnos:

1. Disfrutar de las matemáticas y llegar a apreciar la elegancia y las posibilidades que ofrecen
2. Desarrollar una comprensión de los principios y la naturaleza de la asignatura
3. Comunicarse con claridad y confianza en diversos contextos
4. Desarrollar el pensamiento lógico, crítico y creativo, y desarrollar paciencia y constancia en la resolución de problemas
5. Emplear y perfeccionar sus capacidades de abstracción y generalización
6. Aplicar destrezas a distintas situaciones, a otras áreas de conocimiento y a futuros desarrollos
7. Apreciar cómo los avances tecnológicos han influido en los avances en matemáticas, y viceversa
8. Apreciar las implicaciones morales, sociales y éticas del trabajo de los matemáticos y las aplicaciones de las matemáticas
9. Apreciar la dimensión internacional de las matemáticas, reconociendo su universalidad y sus perspectivas multiculturales e históricas
10. Valorar la contribución de las matemáticas a otras disciplinas y como un área de conocimiento específica en el curso de Teoría del Conocimiento

Objetivos de evaluación

La resolución de problemas es fundamental en el aprendizaje de matemáticas, e implica la adquisición de destrezas y conceptos matemáticos en una amplia variedad de situaciones, incluidos los problemas que no son de rutina, los problemas abiertos y los problemas de la vida real. Tras haber completado el curso de Estudios Matemáticos NM del Programa del Diploma, se espera que los alumnos demuestren lo siguiente:

1. **Conocimiento y comprensión:** recordar, seleccionar y utilizar su conocimiento de los hechos, los conceptos y las técnicas matemáticas en una diversidad de contextos conocidos y desconocidos
2. **Resolución de problemas:** recordar, seleccionar y utilizar su conocimiento de las destrezas, los resultados y los modelos matemáticos, tanto en contextos reales como abstractos, para resolver problemas
3. **Comunicación e interpretación:** transformar en matemáticas contextos realistas comunes; hacer comentarios sobre el contexto; dibujar aproximadamente o con precisión diagramas, gráficos o construcciones matemáticas tanto en papel como utilizando medios tecnológicos; registrar métodos, soluciones y conclusiones utilizando notación estandarizada
4. **Tecnología:** utilizar los medios tecnológicos de forma precisa, adecuada y eficaz para explorar nuevas ideas y resolver problemas
5. **Razonamiento:** elaborar argumentos matemáticos mediante el uso de enunciados precisos, deducciones lógicas e inferencia, y mediante la manipulación de expresiones matemáticas
6. **Enfoques basados en la investigación:** investigar situaciones desconocidas que conllevan la organización y el análisis de información o mediciones, la extracción de conclusiones, la comprobación de su validez y la consideración de su alcance y sus limitaciones

Resumen del programa de estudios

Componente del programa de estudios	Horas lectivas
	NM
Todas las unidades son obligatorias. Los alumnos deberán estudiar todos los temas de cada una de las unidades del programa de estudios que se especifican en esta guía. Los alumnos también deben estar familiarizados con los temas que se mencionan en la sección de conocimientos previos.	
Unidad 1 Número y álgebra	20
Unidad 2 Estadística descriptiva	12
Unidad 3 Lógica, conjuntos y probabilidad	20
Unidad 4 Aplicaciones estadísticas	17
Unidad 5 Geometría y trigonometría	18
Unidad 6 Modelos matemáticos	20
Unidad 7 Introducción al cálculo diferencial	18
Proyecto El proyecto es un trabajo individual que conlleva la recopilación de información o la realización de mediciones, y el análisis y la evaluación de los datos obtenidos.	25
Total de horas lectivas	150

Es esencial que los docentes dispongan del número mínimo prescrito de horas lectivas para cumplir los requisitos del curso de Estudios Matemáticos NM. En el Nivel Medio (NM) el mínimo prescrito de horas lectivas es 150 horas.

Enfoques de la enseñanza y el aprendizaje del curso

En este curso, los alumnos tendrán la oportunidad de comprender y apreciar tanto el uso práctico de las matemáticas como sus aspectos estéticos. Se les animará a basarse en los conocimientos previos de matemáticas y otras asignaturas, así como en su propia experiencia. Es importante que los alumnos desarrollen una intuición matemática y comprendan cómo pueden aplicar las matemáticas en la vida.

La enseñanza ha de ser flexible y permitir distintos estilos de aprendizaje. Existe una amplia variedad de alumnos en una clase de Estudios Matemáticos NM, y los enfoques visuales, auditivos y de movimiento de la enseñanza pueden ofrecer nuevas perspectivas. El uso de medios tecnológicos, en especial las calculadoras de pantalla gráfica y los paquetes informáticos, puede resultar muy útil para permitir que los alumnos exploren ideas en un contexto idóneo. Se deja a criterio del profesor el orden en el que se presenten las unidades, pero las actividades de enseñanza y aprendizaje deben enlazar las partes del programa de estudios y centrarse en sus interrelaciones. Por ejemplo, la conexión entre las progresiones geométricas y las funciones exponenciales se puede ilustrar mediante el interés compuesto.

Los profesores tal vez deseen introducir algunos temas utilizando cálculos a mano, para dar una visión inicial sobre los principios. Sin embargo, una vez que se ha adquirido la comprensión, se prevé que el uso de la calculadora de pantalla gráfica apoyará el trabajo subsiguiente y simplificará los cálculos (por ejemplo, el parámetro estadístico χ^2).

Los profesores pueden aprovechar la intuición matemática de los alumnos enfocando la enseñanza de la probabilidad de un modo que no se base solo en fórmulas.

El proyecto de Estudios Matemáticos NM está destinado a ser, no solo una herramienta de evaluación, sino también una oportunidad de aprendizaje con una carga de complejidad. Constituye una investigación independiente, pero bien orientada, con utilización de métodos matemáticos para extraer conclusiones y dar respuesta a interrogantes que parten de los intereses individuales del alumno. El trabajo relacionado con el proyecto debe realizarse como parte del curso, de modo que los alumnos tengan la oportunidad de adquirir las destrezas necesarias para llevar a cabo un proyecto exitoso. Se prevé que el proyecto no se lleve a cabo antes de que los alumnos hayan experimentado una variedad de técnicas que lo hagan significativo. El plan de trabajo se ha de diseñar teniendo esto en cuenta.

Los profesores deben animar a los alumnos a encontrar vínculos con sus otros cursos del IB y el núcleo del hexágono, así como aplicaciones en estos. Se deben incorporar a las clases las cuestiones y los problemas cotidianos para motivar a los alumnos y que los materiales mantengan su pertinencia; en la columna “Vínculos” del programa de estudios se proporcionan sugerencias.

Para obtener más información sobre los enfoques de la enseñanza de un curso del Programa del Diploma, véase la publicación *El Programa del Diploma: de los principios a la práctica* (abril de 2009). El Centro pedagógico en línea (CPEL) ofrece una variedad de recursos de ayuda para los profesores y, en el sitio web público, se encuentra disponible la información sobre los talleres de desarrollo profesional.

Estructura del programa de estudios

- **Contenido:** esta columna especifica, dentro de cada unidad, los temas que se deben tratar.
- **Información adicional:** esta columna contiene información más detallada acerca de los temas específicos incluidos en la columna “Contenido”. Esto aclara los contenidos con vistas a los exámenes.

- **Vínculos:** esta columna proporciona vínculos útiles con los objetivos generales del curso de Estudios Matemáticos NM, sugerencias para debates, ejemplos de la vida real e ideas para el proyecto. **Estas sugerencias son solo una guía para presentar e ilustrar los temas, y no son exhaustivas.** Los vínculos están rotulados como se muestra a continuación:

Aplicación	Ejemplos de la vida real y vínculos con otros cursos del Programa del Diploma
Dimensión internacional	Mentalidad internacional con relación al tema
Objetivo general 8	Implicaciones morales, sociales y éticas del tema
TdC	Sugerencias para el debate (Teoría del Conocimiento)

Téngase en cuenta que cualquier referencia en la columna “Vínculos” del programa de estudios a las guías de otros cursos será siempre a las versiones vigentes de dichas guías (2012).

Programación del curso

Se ha de impartir el contenido de las siete unidades del programa de estudios, aunque no necesariamente en el orden en que aparecen en esta guía. Se espera que los profesores programen el curso de modo que se responda a las necesidades de sus alumnos y se incluyan, cuando sea necesario, los temas señalados en la sección de conocimientos previos.

Integración del proyecto

El trabajo relacionado con el proyecto debe integrarse en la programación del curso. En la sección sobre la evaluación interna y en el material de ayuda al profesor se proporciona información sobre cómo hacerlo.

Temporalización

La carga horaria recomendada para los cursos del Nivel Medio es de 150 horas. En el caso de Estudios Matemáticos NM, se espera que 25 de esas horas se dediquen al proyecto. La distribución de tiempo establecida en esta guía es aproximada y tiene por finalidad sugerir cómo podrían distribuirse las restantes 125 horas de enseñanza del programa de estudios. Sin embargo, el tiempo exacto dedicado a cada unidad dependerá de diversos factores, como la formación previa y el nivel de preparación de cada alumno. Los profesores deben pues ajustar este esquema a las necesidades de sus alumnos.

En cada unidad del programa de estudios se ha destinado tiempo para la enseñanza de temas que requieran el uso de una calculadora de pantalla gráfica.

Uso de calculadoras

Se espera que los alumnos dispongan de una calculadora de pantalla gráfica durante el curso, en todo momento. Se proporcionará a los colegios información actualizada con respecto a los requisitos mínimos a medida que la tecnología evolucione. Los profesores y los colegios deben supervisar el uso de las calculadoras de acuerdo con la reglamentación sobre las mismas. En el *Manual de procedimientos del Programa del Diploma* se proporciona un reglamento sobre los tipos de calculadoras permitidos en los exámenes. Se puede obtener más información y asesoramiento en el documento *Material de ayuda al profesor de Estudios Matemáticos NM: calculadoras de pantalla gráfica* (septiembre de 2005) y en el CPEL.

Cuadernillo de fórmulas de Estudios Matemáticos NM

Es necesario que cada alumno disponga de un ejemplar sin anotaciones de este cuadernillo durante el examen. Se recomienda a los profesores asegurarse de que los alumnos estén familiarizados con el contenido de este documento desde el principio del curso. El colegio será el encargado de descargarlo desde IBIS o el CPEL, comprobar que no contenga errores de impresión y asegurarse de contar con un número suficiente de copias disponibles para todos los alumnos.

Material de ayuda al profesor

Esta guía se complementa con una serie de materiales de ayuda al profesor. Los materiales incluyen asesoramiento para los profesores en cuanto a la presentación, planificación y corrección de los proyectos, así como exámenes de muestra y esquemas de calificación.

Términos de instrucción y notación

Los profesores y los alumnos deberán conocer la notación del IB y los términos de instrucción (anteriormente llamados “términos de examen”), ya que se emplean sin explicación en las pruebas de examen. El glosario de términos de instrucción y la notación aparecen como apéndices en esta guía.

Temas relacionados con los conocimientos previos

Como ya se mencionó anteriormente en el apartado sobre conocimientos previos, se espera que todos los alumnos tengan una amplia experiencia matemática previa, aunque esto suele variar. Se espera que los alumnos de Estudios Matemáticos NM estén familiarizados con los siguientes temas antes de los exámenes, ya que las preguntas presuponen el conocimiento de los mismos. Los profesores deberán, por tanto, asegurarse de que cualquier tema de esta lista que sus alumnos no dominen al principio del curso se imparta en las primeras etapas del mismo. Deberán también tener en cuenta el conocimiento matemático que sus alumnos ya posean a la hora de diseñar una programación del curso adecuada para Estudios Matemáticos NM.

Los alumnos también deben conocer las unidades de longitud, masa y tiempo del SI (Sistema Internacional) y sus unidades derivadas.

La información incluida en la columna de la izquierda se refiere a la unidad en el contenido del programa de estudios; por ejemplo, 1.0 se refiere a los conocimientos previos para la unidad 1, “Número y álgebra”.

El aprendizaje eficaz del uso de la calculadora de pantalla gráfica constituirá una parte integral del curso, y no un tema aparte. Se ha destinado tiempo en cada unidad del programa de estudios para ello.

	Contenido	Información adicional
1.0	<p>Uso básico de las cuatro operaciones aritméticas con enteros, decimales y fracciones, incluido el orden de las operaciones</p> <p>Números primos, múltiplos y divisores</p> <p>Aplicaciones sencillas de razones, porcentajes y proporciones</p> <p>Manejo básico de expresiones algebraicas sencillas que incluyan factorización y desarrollo</p> <p>Transformación de expresiones en otras equivalentes</p> <p>Cálculo del valor numérico de una expresión por sustitución</p> <p>Resolución de ecuaciones lineales con una incógnita</p> <p>Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas</p> <p>Cálculo de potencias con exponentes enteros</p> <p>Uso de inecuaciones $<$, \leq, $>$, \geq</p> <p>Intervalos en la recta real</p> <p>Resolución de inecuaciones lineales</p>	<p>Ejemplos: $2(3 + 4 \times 7) = 62$; $2 \times 3 + 4 \times 7 = 34$</p> <p>Ejemplos: $ab + ac = a(b + c)$; $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$</p> <p>Ejemplo: $A = \frac{1}{2}bh \Rightarrow h = \frac{2A}{b}$</p> <p>Ejemplo: Si $x = -3$ entonces $x^2 - 2x + 3 = (-3)^2 - 2(-3) + 3 = 18$</p> <p>Ejemplos: $3(x + 6) - 4(x - 1) = 0$; $\frac{6x}{5} + 4 = 7$</p> <p>Ejemplo: $3x + 4y = 13$, $\frac{1}{3}x - 2y = -1$</p> <p>Ejemplos: a^b, $b \in \mathbb{Z}$; $2^{-4} = \frac{1}{16}$; $(-2)^4 = 16$</p> <p>Ejemplo: $2 < x \leq 5$, $x \in \mathbb{R}$</p> <p>Ejemplo: $2x + 5 < 7 - x$</p>

	Contenido	Información adicional
	Familiaridad con las divisas generalmente reconocidas en todo el mundo	Ejemplos: franco suizo (CHF); dólar estadounidense (USD); libra esterlina (GBP); euro (EUR); yen japonés (JPY); dólar australiano (AUD)
2.0	Recopilación de datos y su representación en gráficos de barras, gráficos de sectores y pictogramas	
5.0	<p>Conceptos geométricos básicos: puntos, rectas, planos y ángulos</p> <p>Figuras planas sencillas y sus propiedades, incluidas la longitud de la circunferencia, el área del círculo, y perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y figuras compuestas</p> <p>Unidades de longitud y superficie en el Sistema Internacional (SI)</p> <p>Teorema de Pitágoras</p> <p>Coordenadas en el plano</p> <p>Punto medio y distancia entre dos puntos</p>	

Contenido del programa de estudios

Unidad 1: Número y álgebra

20 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en introducir algunos elementos y conceptos básicos de matemáticas, y relacionarlos con temas financieros y otras aplicaciones.

Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>1.1 Números naturales, \mathbb{N} ; números enteros, \mathbb{Z} ; números racionales, \mathbb{Q} ; y números reales, \mathbb{R}</p> <p>No se requiere: Demostrar que ciertos números son irracionales, por ejemplo, $\sqrt{2}$</p>	<p>Relacionar con dominio y recorrido del apartado 6.1</p>	<p>Dimensión internacional: desarrollo histórico del sistema de numeración. Conciencia de que nuestros números modernos se desarrollan a partir de la notación árabe.</p> <p>TdC: ¿tienen sentido los símbolos matemáticos del mismo modo que lo tienen las palabras? ¿El cero es diferente? ¿Los números se crean o se descubren? ¿Existen estos números?</p>
<p>1.2 Aproximación: lugares decimales y cifras significativas</p> <p>Porcentajes de error</p> <p>Estimación</p>	<p>Los alumnos han de ser conscientes de los errores que se pueden dar si se redondea antes de tiempo.</p> <p>Los alumnos han de ser capaces de reconocer si los resultados de los cálculos son coherentes, incluidos los valores de, por ejemplo, longitudes, medidas de ángulos y áreas.</p> <p>Por ejemplo, las longitudes no pueden ser valores negativos.</p>	<p>Aplicación: aproximaciones de divisas al número entero más cercano, por ejemplo, en pesos o en yenes. Aproximaciones de divisas al céntimo/penique más cercano, por ejemplo, en euros, dólares o libras esterlinas.</p> <p>Aplicación: Física 1.1 (escala de magnitudes).</p> <p>Aplicación: meteorología, métodos de redondeo alternativos.</p> <p>Aplicación: Biología 2.1.5 (mediciones microscópicas).</p> <p>TdC: apreciación de las diferencias de escala en los números y del modo en que se utilizan los números en situaciones bien lejanas a nuestra experiencia cotidiana.</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
1.3	<p>Expresión de números en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y k es un número entero</p> <p>Operaciones con números escritos en esta forma</p>	<p>Los alumnos han de ser capaces de utilizar la calculadora de pantalla gráfica en modo científico.</p> <p>No se acepta la notación de la calculadora. Por ejemplo, no se acepta 5.2E3.</p>	<p>Aplicación: números muy grandes y muy pequeños, por ejemplo, las distancias en astronomía y las partículas subatómicas; Física 1.1; cifras financieras globales.</p> <p>Aplicación: Química 1.1 (número de Avogadro).</p> <p>Aplicación: Física 1.2 (notación científica).</p> <p>Aplicación: Química y Biología (notación científica).</p> <p>Aplicación: ciencias de la Tierra (escala de medición de terremotos).</p>
1.4	<p>SI (Sistema Internacional) y otras unidades básicas de medición: por ejemplo, kilogramo (kg), metro (m), segundo (s), litro (l), metro por segundo ($m s^{-1}$) y escala Celsius</p>	<p>Los alumnos han de ser capaces de hacer conversiones entre las diferentes unidades.</p> <p>Relacionar con la notación a la que se refiere el apartado 1.3, por ejemplo, $5 km = 5 \times 10^6 mm$.</p>	<p>Aplicación: velocidad, aceleración y fuerzas; Física 2.1, Física 2.2; concentración de soluciones; Química 1.5.</p> <p>Dimensión internacional: notación del SI.</p> <p>TdC: el uso de la notación del SI, ¿nos ayuda a pensar en las matemáticas como un “lenguaje universal”?</p> <p>TdC: ¿qué es susceptible de medición? ¿Cómo se puede medir la habilidad matemática?</p>
1.5	<p>Conversión de divisas</p>	<p>Los alumnos han de ser capaces de realizar cambios de divisa que incluyan comisión.</p>	<p>Aplicación: Economía 3.2 (tipos de cambio)</p> <p>Objetivo general 8: implicaciones éticas del comercio de divisas y sus consecuencias en las distintas comunidades nacionales</p> <p>Dimensión internacional: el efecto de las fluctuaciones en los tipos de cambio de divisas en el comercio internacional</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>1.6</p>	<p>Uso de la calculadora de pantalla gráfica para resolver:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas • Ecuaciones cuadráticas 	<p>En los exámenes, no se requerirá un método de resolución específico.</p> <p>Se debe enseñar la terminología habitual, como ceros o raíces.</p> <p>Relacionar con los modelos cuadráticos del apartado 6.3.</p>	<p>TdC: ecuaciones sin solución. Conciencia de que cuando los matemáticos se refieren a soluciones “imaginarias” o “reales” están utilizando términos técnicos precisos, que no tienen el mismo significado que los términos cotidianos.</p>
<p>1.7</p>	<p>Progresiones aritméticas, series aritméticas y sus aplicaciones</p> <p>Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de los n primeros términos de la progresión</p>	<p>Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar el primer término y la diferencia de la progresión.</p>	<p>TdC: razonamiento formal e informal en matemáticas. Diferencia entre las demostraciones matemáticas y los razonamientos de la vida cotidiana. ¿Es el razonamiento matemático distinto del razonamiento científico?</p> <p>TdC: la belleza y la elegancia de las matemáticas. Números de Fibonacci y relaciones con la proporción áurea.</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>1.8</p>	<p>Progresiones geométricas y series</p> <p>Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de los n primeros términos de la progresión.</p> <p>No se requieren:</p> <p>Demostraciones formales de las fórmulas</p> <p>No se requiere:</p> <p>Uso de logaritmos para hallar n, dada la suma de los n primeros términos, ni la suma de los infinitos términos</p>	<p>Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar el primer término y la razón de la progresión.</p>	
<p>1.9</p>	<p>Aplicaciones financieras de las progresiones geométricas y las series:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interés compuesto • Depreciación anual <p>No se requiere:</p> <p>Uso de logaritmos</p>	<p>Se espera que se utilicen las calculadoras de pantalla gráfica, incluidos los paquetes financieros incorporados.</p> <p>El concepto de interés simple se puede utilizar como una introducción al interés compuesto, pero no será objeto de examen.</p> <p>En los exámenes, no se plantearán problemas donde se pida a los alumnos que deduzcan la fórmula.</p> <p>Se puede calcular el interés compuesto anual, semestral, cuatrimestral o mensual.</p> <p>Relacionar con los modelos exponenciales del apartado 6.4.</p>	<p>Aplicación: Economía 3.2 (tipos de cambio).</p> <p>Objetivo general 8: percepción ética de los préstamos financieros.</p> <p>Dimensión internacional: ¿todas las sociedades consideran la inversión y el interés del mismo modo?</p>

Unidad 2: Estadística descriptiva

12 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en desarrollar técnicas para describir e interpretar conjuntos de datos como preparación para otras aplicaciones estadísticas.

Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>2.1 Clasificación de datos en discretos y continuos</p>	<p>Los alumnos deben comprender los conceptos de población y de muestra aleatoria y representativa. Las muestras no serán objeto de examen, pero se pueden utilizar en la evaluación interna.</p>	<p>Aplicación: Psicología 3 (metodología de la investigación) Aplicación: Biología 1 (análisis estadístico) TdC: validez de los datos e introducción del sesgo</p>
<p>2.2 Datos discretos simples: tablas de frecuencias</p>		
<p>2.3 Datos discretos o continuos: tablas de frecuencias, valores centrales de los intervalos y límites superior e inferior de los intervalos Histogramas de frecuencias</p>	<p>En los exámenes, los histogramas de frecuencias tendrán intervalos de clase de la misma amplitud.</p>	<p>Aplicación: Geografía (análisis geográficos)</p>
<p>2.4 Tablas de frecuencias acumuladas para datos discretos agrupados y para datos continuos agrupados, curvas de frecuencias acumuladas, mediana y cuartiles Diagrama de caja y bigotes No se requiere: Tratamiento de valores no esperados</p>	<p>Uso de la calculadora de pantalla gráfica para elaborar histogramas y diagramas de caja y bigotes</p>	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>2.5</p>	<p>Medidas de posición central Para datos discretos simples: media, mediana y moda Para datos discretos agrupados y datos continuos: estimación de la media y de la clase modal</p>	<p>Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la media en datos agrupados. En los exámenes, no se plantearán preguntas que utilicen la notación Σ.</p>	<p>Objetivo general 8: implicaciones éticas del uso de la estadística para inducir a error</p>
<p>2.6</p>	<p>Medidas de dispersión: rango, rango intercuartil y desviación típica</p>	<p>Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la desviación típica en datos agrupados. En los exámenes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular las desviaciones típicas. • El conjunto de datos será considerado como la población. <p>Los alumnos deben tener en cuenta que la notación del IB puede ser distinta de la notación que aparece en las calculadoras de pantalla gráfica. Se recomienda el uso de programas de hoja de cálculo en el tratamiento de los temas de esta unidad.</p>	<p>Dimensión internacional: beneficios de compartir y analizar datos de distintos países. TdC: la desviación típica, ¿es un descubrimiento matemático o una creación de la mente humana?</p>

Unidad 3: Lógica, conjuntos y probabilidad

20 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en introducir los principios de la lógica, utilizar la teoría de conjuntos para introducir la probabilidad y determinar la probabilidad de sucesos aleatorios utilizando una variedad de técnicas.

Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>3.1 Conceptos básicos de la lógica simbólica: definición de proposición y notación simbólica de las proposiciones</p>		
<p>3.2 Proposiciones compuestas: implicación, \Rightarrow; equivalencia, \Leftrightarrow; negación, \neg; conjunción, \wedge; disyunción, \vee; disyunción exclusiva, $\underline{\vee}$</p> <p>Traducción entre las proposiciones verbales y la forma simbólica</p>		
<p>3.3 Tablas de verdad: conceptos de contradicción lógica y tautología</p>	<p>En las tablas de verdad se utilizará un máximo de tres proposiciones.</p> <p>Se pueden utilizar las tablas de verdad para ilustrar las propiedades asociativa y distributiva de los conectores, y para mostrar diversos enunciados de implicaciones y equivalencias, por ejemplo, $\neg q \Rightarrow \neg p$.</p>	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>3.4</p>	<p>Recíproca, contraria y contrarrecíproca</p> <p>Equivalencia lógica</p> <p>Comprobar la validez de argumentos sencillos a través del uso de tablas de verdad</p>	<p>La unidad se puede ampliar para incluir los silogismos. Esto no será objeto de examen.</p>	<p>Aplicación: uso de los argumentos para desarrollar una estructura lógica en la redacción</p> <p>Aplicación: programación informática; circuitos digitales; Física NS 14.1; Física NMC I</p> <p>TdC: lógica inductiva y deductiva, falacias</p>
<p>3.5</p>	<p>Conceptos básicos de la teoría de conjuntos: elementos $x \in A$;</p> <p>subconjuntos $A \subset B$; intersección $A \cap B$; unión $A \cup B$; complementario A'</p> <p>Diagramas de Venn y aplicaciones sencillas</p> <p>No se requiere:</p> <p>Conocimiento de las leyes de Morgan</p>	<p>En los exámenes, el conjunto universal U no incluirá más de tres subconjuntos.</p> <p>El conjunto vacío se indica como \emptyset.</p>	
<p>3.6</p>	<p>Espacio muestral; suceso A y suceso complementario A'</p> <p>Probabilidad de un suceso</p> <p>Probabilidad del suceso complementario</p> <p>Valor esperado</p>	<p>El concepto de probabilidad se puede introducir y enseñar mediante ejemplos prácticos con monedas, dados, juegos de cartas y otros donde se puedan observar los comportamientos aleatorios.</p> <p>En los exámenes, no se plantearán problemas relativos a juegos de cartas.</p>	<p>Aplicación: estudios actuariales, probabilidad de la esperanza de vida y sus efectos sobre los seguros</p> <p>Aplicación: planificación gubernamental basada en cifras previstas</p> <p>TdC: probabilidad teórica y experimental</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>3.7</p>	<p>Probabilidad de sucesos compuestos, sucesos incompatibles y sucesos independientes</p> <p>Uso de diagramas de árbol, diagramas de Venn, diagramas de espacios muestrales y tablas de resultados</p> <p>Probabilidad en situaciones “con reposición” y “sin reposición”</p> <p>Probabilidad condicionada</p>	<p>Se debe recomendar a los alumnos que elijan el método más adecuado para resolver cada problema.</p> <p>Los problemas de probabilidad se plantearán dentro de un contexto y se representarán mediante diagramas.</p> <p>En los exámenes, no se plantearán preguntas que requieran el uso exclusivo de las fórmulas del apartado 3.7 del cuadernillo de fórmulas.</p>	<p>Aplicación: Biología 4.3 (genética teórica); Biología 4.3.2 (cuadro de Punnett)</p> <p>Aplicación: Física NS 13.1 (determinación de la posición del electrón); Física NM B1</p> <p>Objetivo general 8: la ética de los juegos de azar</p> <p>TdC: la percepción del riesgo, en los negocios, en la medicina y en la seguridad en los viajes</p>

Unidad 4: Aplicaciones estadísticas

17 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en el desarrollo de técnicas de inferencia estadística para analizar conjuntos de datos, extraer conclusiones e interpretarlas.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.1	<p>La distribución normal</p> <p>El concepto de variable aleatoria, de los parámetros μ y σ, de forma acampanada y de la simetría respecto de $x = \mu$</p> <p>Representación mediante diagramas</p> <p>Cálculos de probabilidades en una distribución normal</p> <p>Valor esperado</p> <p>Cálculos con la tabla inversa de la distribución normal</p> <p>No se requiere: Transformación de una variable normal cualquiera a la variable normal tipificada</p>	<p>Los alumnos deben ser conscientes de que aproximadamente el 68% de los datos se encuentran entre $\mu \pm \sigma$, el 95% entre $\mu \pm 2\sigma$ y el 99% entre $\mu \pm 3\sigma$.</p> <p>Se espera que, cuando usen la calculadora de pantalla gráfica, los alumnos hagan dibujos aproximados de curvas normales y los sombreen.</p> <p>Se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular las probabilidades en la distribución normal y que manejen la tabla inversa de la distribución normal.</p> <p>En los exámenes, las preguntas sobre la tabla inversa de la distribución normal no incluirán hallar la media ni la desviación típica.</p> <p>La transformación de una variable normal cualquiera a la variable normal tipificada, z, puede ser apropiada para la evaluación interna.</p> <p>En los exámenes, no se plantearán preguntas que requieran el uso de valores z.</p>	<p>Aplicación: ejemplos de mediciones, que van desde fenómenos psicológicos a físicos, que se pueden aproximar, en distintos grados, por la distribución normal</p> <p>Aplicación: Biología 1 (análisis estadístico)</p> <p>Aplicación: Física 3.2 (teoría cinética molecular)</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
4.2	<p>Variables bidimensionales: el concepto de correlación</p> <p>Diagramas de dispersión; recta de ajuste óptimo, dibujada por aproximación, que contiene a la media</p> <p>Coefficiente de correlación momento-producto de Pearson, r</p> <p>Interpretación de correlaciones positivas, cero y negativas, y de correlaciones fuertes o débiles</p>	<p>Los alumnos deben ser capaces de distinguir entre correlación y causalidad.</p> <p>El cálculo de r a mano puede reforzar la comprensión. En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular r.</p>	<p>Aplicación: Biología, Física; Química; Ciencias Sociales.</p> <p>TdC: ¿la correlación implica causalidad?</p>
4.3	<p>Recta de regresión de y sobre x</p> <p>Uso de la recta de regresión para realizar predicciones</p>	<p>El cálculo de la recta de regresión a mano puede reforzar la comprensión.</p> <p>En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para hallar la recta de regresión.</p> <p>Los alumnos deben ser conscientes de los peligros de la extrapolación.</p>	<p>Aplicación: Química 11.3 (técnicas gráficas).</p> <p>TdC: ¿se puede utilizar la ecuación de la recta de regresión para hacer predicciones de manera fiable?</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>4.4</p>	<p>La prueba χ^2 para la independencia: formulación de la hipótesis nula y alternativa, niveles de significación, tablas de contingencia, frecuencias esperadas, grados de libertad, valores del parámetro p</p>	<p>En los exámenes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El número máximo de filas o columnas en una tabla de contingencia será de cuatro • Los grados de libertad serán siempre mayores que uno • El valor crítico de χ^2 se dará siempre • Solo se plantearán preguntas sobre contrastes de cola superior con los niveles de significación habitualmente utilizados (1%, 5%, 10%) <p>Se requiere el cálculo a mano de las frecuencias esperadas.</p> <p>Los cálculos a mano de χ^2 pueden reforzar la comprensión.</p> <p>En los exámenes se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular el estadístico χ^2.</p> <p>Si se usa la prueba χ^2 en la evaluación interna, los alumnos deben ser conscientes de las limitaciones de la prueba para frecuencias esperadas pequeñas; las frecuencias esperadas han de ser mayores de cinco.</p> <p>Si el grado de libertad es uno, entonces se debe aplicar la corrección de Yates a la continuidad.</p>	<p>Aplicación: Biología (evaluación interna); Psicología; Geografía</p> <p>TdC: el método científico</p>

Unidad 5: Geometría y trigonometría

18 horas

Los objetivos generales de esta unidad consisten en desarrollar las destrezas necesarias para dibujar con precisión diagramas claros en dos dimensiones, y aplicar las técnicas geométricas y trigonométricas adecuadas a la resolución de problemas en dos y tres dimensiones.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
5.1	<p>Ecuación de la recta en el plano: las formas $y = mx + c$ y $ax + by + d = 0$</p> <p>Pendiente y puntos de corte con los ejes</p> <p>Intersección de dos rectas</p> <p>Rectas con pendientes, m_1 y m_2</p> <p>Rectas paralelas, $m_1 = m_2$</p> <p>Rectas perpendiculares, $m_1 \times m_2 = -1$</p>	<p>Relacionar con las funciones lineales del apartado 6.2</p> <p>Relacionar con las soluciones de los sistemas de dos ecuaciones lineales del apartado 1.6</p>	<p>Aplicación: pendientes de las carreteras de montaña, por ejemplo, la autopista canadiense Canadian Highway. Pendientes de las rampas de acceso.</p> <p>Aplicación: Economía 1.2 (elasticidad).</p> <p>TdC: Descartes mostró que los problemas geométricos se pueden resolver algebraicamente, y viceversa. ¿Qué nos dice esto sobre la representación matemática y el conocimiento matemático?</p>
5.2	<p>Uso de las razones seno, coseno y tangente para calcular los lados y ángulos de un triángulo rectángulo</p> <p>Ángulos de elevación y depresión</p>	<p>Los problemas pueden incluir el teorema de Pitágoras. En los exámenes, las preguntas se plantearán solo en grados.</p>	<p>Aplicación: triangulación, cartografía, cálculo de mediciones prácticas mediante la trigonometría.</p> <p>Dimensión internacional: en antiguos manuscritos de China e India aparecen diagramas del teorema de Pitágoras. Las referencias más antiguas a la trigonometría se encuentran en las matemáticas de la India.</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>5.3</p>	<p>Uso del teorema del seno:</p> $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$ <p>Uso del teorema del coseno $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$;</p> $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ <p>Uso del área de un triángulo =</p> $\frac{1}{2} ab \operatorname{sen} C$ <p>Elaboración de diagramas rotulados a partir de enunciados verbales</p>	<p>En toda esta unidad se debe fomentar que los alumnos dibujen aproximadamente diagramas bien rotulados como fundamento de sus resoluciones.</p> <p>El caso ambiguo puede explicarse, pero no será objeto de examen.</p> <p>En los exámenes, las preguntas se plantearán solo en grados.</p>	<p>Aplicación: vectores; Física 1.3; rumbos</p> <p>TdC: utilizar el hecho de que el teorema del coseno es una posible generalización del teorema de Pitágoras para explorar el concepto de “generalidad”</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>5.4</p>	<p>Geometría de los sólidos en el espacio: ortoedro, prisma recto, pirámide recta, cono recto, cilindro, esfera, semiesfera y combinaciones de estos sólidos</p> <p>La distancia entre dos puntos, por ejemplo, entre dos vértices, o entre un vértice y un punto medio, o entre dos puntos medios</p> <p>El tamaño de un ángulo entre dos rectas, o entre una recta y un plano</p> <p>No se requiere:</p> <p>Ángulo entre dos planos</p>	<p>En los exámenes, en relación con las figuras en el espacio, solo se plantearán preguntas de trigonometría en triángulos rectángulos.</p>	<p>TdC: ¿qué es un sistema axiomático?</p> <p>¿Los ángulos de un triángulo siempre suman 180°?</p> <p>Geometría no euclídea, como la geometría de Riemann. Mapas de vuelo de las líneas aéreas.</p> <p>Aplicación: arquitectura y diseño.</p>
<p>5.5</p>	<p>Volumen y superficie de los sólidos en el espacio definidos en el apartado 5.4</p>		

Unidad 6: Modelos matemáticos

20 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en desarrollar la comprensión de algunas funciones matemáticas que se pueden utilizar para crear modelos de situaciones prácticas. En esta unidad se debe fomentar un amplio uso de la calculadora de pantalla gráfica.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
6.1	<p>Concepto de función, dominio, recorrido y gráfico</p> <p>Notación de funciones, por ejemplo, $f(x)$, $v(t)$, $C(n)$</p> <p>Concepto de función como modelo matemático</p>	<p>En los exámenes:</p> <ul style="list-style-type: none"> El dominio es el conjunto de todos los números reales, a menos que se indique de otro modo. Notación de aplicación. No se utilizará $f : x \mapsto y$. 	<p>TdC: ¿por qué podemos utilizar las matemáticas para describir el mundo y hacer predicciones?, ¿es porque descubrimos los fundamentos matemáticos del mundo o porque imponemos nuestras propias estructuras matemáticas al mundo?</p> <p>La relación entre los problemas de la vida real y los modelos matemáticos.</p>
6.2	<p>Modelos lineales</p> <p>Funciones lineales y sus gráficos, $f(x) = mx + c$</p>	<p>Relacionar con la ecuación de la recta del apartado 5.1</p>	<p>Aplicación: gráficos de conversión, por ejemplo, de temperaturas o de divisas; Física 3.1; Economía 3.2</p>
6.3	<p>Modelos cuadráticos.</p> <p>Funciones cuadráticas y sus gráficos (parábolas): $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$</p> <p>Propiedades de la parábola: simetría, vértice, intersecciones con el eje x y con el eje y.</p> <p>Ecuación del eje de simetría: $x = -\frac{b}{2a}$</p>	<p>Relacionar con las ecuaciones cuadráticas en el apartado 1.6. Se incluyen las funciones con cero, una o dos raíces reales.</p> <p>Al principio, se puede intentar llegar a la expresión de la ecuación del eje de simetría mediante la investigación. Las propiedades se deben explicar utilizando la calculadora de pantalla gráfica o programas informáticos de gráficos.</p>	<p>Aplicación: funciones de costo; movimiento de proyectiles; Física 9.1; funciones de áreas</p>

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>6.4</p>	<p>Modelos exponenciales</p> <p>Funciones exponenciales y sus gráficos:</p> $f(x) = ka^x + c; a \in \mathbb{Q}^+, a \neq 1, k \neq 0$ $f(x) = ka^{-x} + c; a \in \mathbb{Q}^+, a \neq 1, k \neq 0$ <p>Concepto y ecuación de una asíntota horizontal</p>	<p>En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos, incluido el uso de las calculadoras de pantalla gráfica, en la resolución de problemas.</p>	<p>Vínculos</p> <p>Aplicación: Biología 5.3 (poblaciones)</p> <p>Aplicación: Biología 5.3.2 (crecimiento de una población); Física 13.2 (desintegración radiactiva); Física I2 (atenuación por rayos X); enfriamiento de un líquido; propagación de un virus; depreciación</p>
<p>6.5</p>	<p>Modelos que utilizan funciones de la forma</p> $f(x) = ax^m + bx^n + \dots, m, n \in \mathbb{Z}$ <p>Funciones de este tipo y sus gráficos</p> <p>El eje y como una asíntota vertical</p>	<p>En los exámenes, se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos, incluido el uso de las calculadoras de pantalla gráfica, en la resolución de problemas.</p> <p>Ejemplos: $f(x) = 3x^4 - 5x + 3$; $g(x) = 3x^2 - \frac{4}{x}$</p>	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
<p>6.6</p>	<p>Precisión en la representación gráfica. Creación de un dibujo aproximado a partir de la información proporcionada. Transferencia de un gráfico de la calculadora de pantalla gráfica al papel. Leer, interpretar y hacer predicciones utilizando los gráficos. Se incluyen todas las funciones mencionadas, y sus sumas y restas.</p>	<p>Los alumnos deben ser conscientes de la diferencia entre los términos de instrucción “dibuje con precisión” y “dibuje aproximadamente”. Todos los gráficos han de estar rotulados e incluir alguna indicación de la escala.</p> <p>Ejemplos: $f(x) = x^3 + 5 - \frac{2}{x}$; $g(x) = 3^{-x} + x$</p>	<p>TdC: ¿tiene algún significado un gráfico sin rotular o sin indicación de la escala?</p>
<p>6.7</p>	<p>Uso de la calculadora de pantalla gráfica para la resolución de ecuaciones que incluyan combinaciones de las funciones mencionadas</p>	<p>Ejemplos: $x + 2 = 2x^3 + 3x - 1$; $5x = 3^x$ Se pueden utilizar otras funciones para la utilización de modelos en la evaluación interna, pero no se incluirán en los exámenes.</p>	

Unidad 7: Introducción al cálculo diferencial

18 horas

El objetivo general de esta unidad consiste en introducir el concepto de derivada de una función y aplicarlo a los problemas de optimización y otros.

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.1	<p>Concepto de derivada como tipo de cambio</p> <p>Tangente a una curva</p> <p>No se requiere:</p> <p>Tratamiento formal de límites</p>	<p>Se fomenta la introducción por parte de los profesores de las derivadas mediante un enfoque gráfico, en lugar de hacerlo de una manera formal.</p> <p>Se hace hincapié en la interpretación del concepto en distintos contextos.</p> <p>En los exámenes, no se plantearán preguntas de cálculo de la derivada a partir de la definición.</p>	<p>Aplicación: tipos de cambio en economía, cinemática y medicina.</p> <p>Objetivo general 8: plagio y reconocimiento de las fuentes, por ejemplo, el conflicto entre Newton y Leibnitz, que abordaron el desarrollo del cálculo desde distintas orientaciones.</p> <p>TdC: la intuición, ¿constituye una forma válida de conocimiento en matemáticas?</p> <p>¿Cómo es posible llegar a la misma conclusión desde distintas líneas de investigación?</p>
7.2	<p>Reglas de derivación:</p> $f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$ <p>Derivada de las funciones de la forma $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots$, donde todos los exponentes son enteros</p>	<p>Los alumnos deben conocer la notación alternativa para las derivadas $\frac{dy}{dx}$ o $\frac{dV}{dr}$.</p> <p>En los exámenes, no se considerará necesario el conocimiento de la derivada segunda.</p>	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.3	<p>Pendiente de una curva para un valor dado de x</p> <p>Valores de x dado el valor de $f'(x)$</p> <p>Ecuación de la tangente a una curva en un punto dado</p> <p>Ecuación de la recta que es perpendicular a la tangente a una curva en un punto dado (normal)</p>	<p>También se fomenta el uso de medios tecnológicos para hallar la pendiente en un punto.</p> <p>También se fomenta el uso de medios tecnológicos para dibujar las rectas tangente y normal a una curva en un punto.</p> <p>Relación con las rectas perpendiculares del apartado 5.1.</p>	
7.4	<p>Funciones crecientes y decrecientes</p> <p>Interpretación gráfica de $f''(x) > 0$, $f'(x) = 0$ y $f'(x) < 0$</p>		
7.5	<p>Valores de x donde la pendiente de la curva es cero</p> <p>Resolución de $f'(x) = 0$</p> <p>Puntos estacionarios</p> <p>Puntos máximos y mínimos locales</p>	<p>También se fomenta el uso de medios tecnológicos para visualizar $f(x)$ y $f'(x)$, y hallar las soluciones de $f''(x) = 0$.</p> <p>Conciencia de que un máximo/mínimo local no va a ser necesariamente el mayor/menor valor de la función en el dominio dado.</p> <p>Se deben explicar los puntos de inflexión con pendiente nula, aunque no serán objeto de examen.</p>	

	Contenido	Información adicional	Vínculos
7.6	Problemas de optimización	Ejemplos: maximizar el beneficio, minimizar el costo, maximizar el volumen para una superficie dada. En los exámenes, no se plantearán problemas de cinemática.	Aplicación: uso eficiente del material en los envases Aplicación: Física 2.1 (cinemática)

La evaluación en el Programa del Diploma

Información general

La evaluación es una parte fundamental de la enseñanza y el aprendizaje. Los objetivos más importantes de la evaluación en el Programa del Diploma son los de apoyar los objetivos del currículo y fomentar un aprendizaje adecuado por parte de los alumnos. En el Programa del Diploma, la evaluación es tanto interna como externa. Los trabajos preparados para la evaluación externa son corregidos por examinadores del IB, mientras que los trabajos presentados para la evaluación interna son corregidos por los profesores y moderados externamente por el IB.

El IB reconoce dos tipos de evaluación:

- La evaluación formativa orienta la enseñanza y el aprendizaje. Proporciona a los alumnos y profesores información útil y precisa sobre el tipo de aprendizaje que se está produciendo y sobre los puntos fuertes y débiles de los alumnos, lo que permite ayudarles a desarrollar sus conocimientos y aptitudes. La evaluación formativa también ayuda a mejorar la calidad de la enseñanza, pues proporciona información que permite hacer un seguimiento de la medida en que se alcanzan los objetivos generales y los objetivos de evaluación del curso.
- La evaluación sumativa ofrece una impresión general del aprendizaje que se ha producido hasta un momento dado y se emplea para determinar los logros de los alumnos.

En el Programa del Diploma se utiliza principalmente una evaluación sumativa concebida para identificar los logros de los alumnos al final del curso o hacia el final del mismo. Sin embargo, muchos de los instrumentos de evaluación se pueden utilizar también con propósitos formativos durante el curso de la enseñanza y el aprendizaje, y se anima a los profesores a que los utilicen de este modo. Un plan de evaluación exhaustivo debe ser una parte fundamental de la enseñanza, el aprendizaje y la organización del curso. Para más información, consulte el documento *Normas para la implementación de los programas y aplicaciones concretas*.

La evaluación en el IB se basa en criterios establecidos; es decir, se evalúa el trabajo de los alumnos en relación con niveles de logro determinados y no en relación con el trabajo de otros alumnos. Para más información sobre la evaluación en el Programa del Diploma, consulte la publicación titulada *Principios y práctica del sistema de evaluación del Programa del Diploma*.

Para ayudar a los profesores en la planificación, implementación y evaluación de los cursos del Programa del Diploma, hay una variedad de recursos que se pueden consultar en el CPEL o adquirir en la tienda virtual del IB (<http://store.ibo.org>). En el CPEL se pueden encontrar materiales de ayuda al profesor, informes de la asignatura, información adicional sobre la evaluación interna y descriptores de las calificaciones finales, así como materiales aportados por otros docentes. En la tienda virtual del IB se pueden adquirir exámenes de muestra, exámenes de convocatorias pasadas y esquemas de calificación.

Métodos de evaluación

El IB emplea diversos métodos para evaluar el trabajo de los alumnos.

Criterios de evaluación

Cuando la tarea de evaluación es abierta (es decir, se plantea de tal manera que fomenta una variedad de respuestas), se utilizan criterios de evaluación. Cada criterio se concentra en una habilidad específica que se espera que demuestren los alumnos. Los objetivos de evaluación describen lo que los alumnos deben ser capaces de hacer y los criterios de evaluación describen qué nivel deben demostrar al hacerlo. Los criterios de evaluación permiten evaluar del mismo modo respuestas muy diferentes. Cada criterio está compuesto por una serie de descriptores de nivel ordenados jerárquicamente. Cada descriptor de nivel equivale a uno o varios puntos. Se aplica cada criterio de evaluación por separado, y se localiza el descriptor que refleja más adecuadamente el nivel conseguido por el alumno. Distintos criterios de evaluación pueden tener puntuaciones máximas diferentes en función de su importancia. Los puntos obtenidos en cada criterio se suman, dando como resultado la puntuación total para el trabajo en cuestión.

Bandas de calificación

Las bandas de calificación describen de forma integradora el desempeño esperado y se utilizan para evaluar las respuestas de los alumnos. Constituyen un único criterio holístico, dividido en descriptores de nivel. A cada descriptor de nivel le corresponde un rango de puntos, lo que permite diferenciar el desempeño de los alumnos. Del rango de puntos de cada descriptor de nivel, se elige la puntuación que mejor corresponda al nivel logrado por el alumno.

Esquemas de calificación

Este término general se utiliza para describir los baremos analíticos que se crean para pruebas de examen específicas. Se preparan para aquellas preguntas de examen que se espera que los alumnos contesten con un tipo concreto de respuesta o una respuesta final determinada. Indican a los examinadores cómo desglosar la puntuación total disponible para cada pregunta con respecto a las diferentes partes de esta. Los esquemas de calificación pueden indicar el contenido que se espera que tengan las respuestas, o pueden consistir en una serie de aclaraciones sobre cómo deben aplicarse los criterios de evaluación en la corrección.

Resumen de la evaluación

Primeros exámenes: 2014

Componente de evaluación	Porcentaje de la evaluación
<p>Evaluación externa (3 horas)</p> <p>Prueba 1 (1 hora 30 minutos) La prueba consta de 15 preguntas obligatorias de respuesta corta en relación con todo el programa de estudios. (90 puntos)</p> <p>Prueba 2 (1 hora 30 minutos) La prueba consta de seis preguntas obligatorias de respuesta larga en relación con todo el programa de estudios. (90 puntos)</p>	<p>80%</p> <p>40%</p> <p>40%</p>
<p>Evaluación interna</p> <p>Este componente lo evalúa internamente el profesor y lo modera externamente el IB al final del curso.</p> <p>Proyecto</p> <p>El proyecto es un trabajo individual que conlleva la recopilación de información o la realización de mediciones, y el análisis y la evaluación de los datos obtenidos. (20 puntos)</p>	<p>20%</p>

Evaluación externa

Información general

Los esquemas de calificación se utilizan para evaluar a los alumnos en ambas pruebas y son específicos para cada prueba de examen.

Descripción detallada de la evaluación externa

Información general

Prueba 1 y prueba 2

Estas pruebas las establece y evalúa el IB. En total, representan el 80% de la nota final del curso. Están diseñadas para que los alumnos puedan demostrar lo que saben y son capaces de hacer.

Calculadoras

Para ambas pruebas, los alumnos han de disponer de una calculadora de pantalla gráfica en todo momento. En el *Manual de procedimientos del Programa del Diploma* se proporciona información sobre los tipos de calculadoras de pantalla gráfica permitidos.

Cuadernillo de fórmulas de Estudios Matemáticos NM

Es necesario que cada alumno disponga de un ejemplar sin anotaciones del cuadernillo de fórmulas durante el examen. El colegio será el encargado de descargarlo desde IBIS o el CPEL, y asegurarse de contar con un número suficiente de copias disponibles para todos los alumnos.

Asignación de notas

Se asignan puntos por método, precisión y razonamiento, además de por respuestas correctas.

En la prueba 1, se otorga la puntuación máxima a cada respuesta correcta, independientemente de que se presente o no por escrito el procedimiento realizado. Cuando una respuesta es incorrecta, se otorgan puntos si el método utilizado es correcto. Por lo tanto, se debe recomendar a los alumnos que muestren todos los procedimientos utilizados.

En la prueba 2, las respuestas correctas que no presenten por escrito el procedimiento realizado no siempre reciben la puntuación máxima. Las respuestas se deben justificar mediante el procedimiento seguido o las explicaciones correspondientes. Cuando una respuesta es incorrecta, se otorgan puntos si el método utilizado es correcto. Por lo tanto, se debe recomendar a los alumnos que muestren todos los procedimientos utilizados.

Prueba 1

Duración: 1 hora 30 minutos

Porcentaje del total de la evaluación: 40%

- Esta prueba consta de 15 preguntas obligatorias de respuesta corta.
- La puntuación máxima para cada pregunta es de 6 puntos.

Parte del programa de estudios que cubre la prueba

- Para esta prueba se requiere el conocimiento de **todas** las unidades. Sin embargo, esto no significa que todas las unidades se vayan a evaluar en cada convocatoria de examen.
- La finalidad de esta prueba es comprobar la amplitud de los conocimientos y comprensión de los alumnos sobre las unidades del programa de estudios. No obstante, no se debe suponer que se vaya a dar la misma importancia a todas las unidades.

Tipo de preguntas

- Las preguntas pueden formularse mediante palabras, símbolos, tablas, diagramas o una combinación de estos.
- Las preguntas plantean distintos niveles de dificultad.
- Es posible que sea necesario realizar uno o más pasos para responder a cada pregunta.

Prueba 2

Duración: 1 hora 30 minutos

Porcentaje del total de la evaluación: 40%

- Esta prueba consta de seis preguntas obligatorias de respuesta larga.
- Las preguntas de esta prueba varían en cuanto a su extensión y nivel de dificultad.
- La puntuación máxima para cada pregunta no es necesariamente la misma. La puntuación correspondiente a cada pregunta se indica al principio de la misma.

Parte del programa de estudios que cubre la prueba

- Para esta prueba se requiere el conocimiento de **todas** las unidades. Sin embargo, esto no significa que todas las unidades se vayan a evaluar en cada convocatoria de examen.
- La finalidad de esta prueba es comprobar la profundidad de los conocimientos y la comprensión de los alumnos sobre las unidades del programa de estudios. Esta prueba puede abarcar menos unidades del programa de estudios que la prueba 1.

Tipo de preguntas

- Las preguntas requieren respuestas largas que implican razonamientos sólidos.
- Una misma pregunta puede implicar conocimientos de más de una unidad.
- Las preguntas pueden formularse mediante palabras, símbolos, tablas, diagramas o una combinación de estos.
- En general, cada pregunta presenta una escala de dificultad que va de cuestiones relativamente fáciles al principio, a otras relativamente difíciles al final. Se pone especial énfasis en la resolución de problemas.

Evaluación interna

Propósito de la evaluación interna

La evaluación interna es una parte fundamental del curso y es obligatoria para todos los alumnos. Les permite a los alumnos demostrar la aplicación de sus habilidades y conocimientos y dedicarse a aquellas áreas que despierten su interés sin las restricciones de tiempo y de otro tipo asociadas a los exámenes escritos. La evaluación interna debe, en la medida de lo posible, integrarse en la enseñanza normal en clase, y no ser una actividad aparte que tiene lugar una vez que se han impartido todos los contenidos del curso.

La evaluación interna en Estudios Matemáticos NM consiste en la realización de un proyecto individual. Este proyecto es un trabajo escrito basado en una investigación personal que implica recopilación, análisis y evaluación de información, y se corrige de acuerdo con siete criterios de evaluación.

Orientación y autoría original

El proyecto presentado para la evaluación interna debe ser trabajo original del alumno. Sin embargo, no se pretende que los alumnos decidan el título o el tema de su proyecto y que se les deje trabajar sin ningún tipo de apoyo por parte del profesor. El profesor debe desempeñar un papel importante en las etapas de planificación y elaboración del proyecto. Es responsabilidad del profesor asegurarse de que los alumnos estén familiarizados con:

- Los requisitos del tipo de trabajo que se va a evaluar internamente
- La política de probidad académica del IB, disponible en el CPEL
- Los criterios de evaluación (los alumnos deben comprender que el trabajo que presenten para evaluación debe abordar eficazmente estos criterios)

Los profesores y los alumnos deben discutir el proyecto. Se debe animar a los alumnos a dirigirse al profesor en busca de consejos e información, y no se les debe penalizar por solicitar orientación. Sin embargo, si un alumno no fuera capaz de completar el proyecto sin considerable ayuda del profesor, esto deberá anotarse en el formulario correspondiente del *Manual de procedimientos del Programa del Diploma*.

Los profesores tienen la responsabilidad de asegurarse de que todos los alumnos entiendan el significado y la importancia de los conceptos relacionados con la probidad académica, especialmente los de autoría original y propiedad intelectual. Los profesores deben verificar que todos los trabajos que los alumnos entreguen para evaluación hayan sido preparados conforme a los requisitos, y deben explicar claramente a los alumnos que el proyecto debe ser original en su totalidad.

Como parte del proceso de aprendizaje, los profesores pueden aconsejar a los alumnos sobre el **primer borrador** del proyecto. El profesor podrá sugerir maneras de mejorarlo, pero sin llegar a corregirlo o editarlo excesivamente. La próxima versión que se entregue al profesor después del primer borrador será considerada la versión final.

Los profesores deben verificar la autoría original de todo trabajo que se envíe al IB para su moderación o evaluación, y no deben enviar ningún trabajo que constituya (o sospechen que constituya) un caso de conducta impropia. Cada alumno debe firmar una portada de la evaluación interna para confirmar que el trabajo que presenta para la evaluación es original y que es la versión final del mismo. Una vez que el alumno haya

entregado oficialmente la versión final de su trabajo junto con la portada firmada al profesor (o al coordinador) para la evaluación interna, no podrá pedir que se la devuelvan para modificarla.

La autoría de los trabajos se puede comprobar debatiendo su contenido con el alumno y analizando con detalle uno o más de los aspectos siguientes:

- La propuesta inicial del alumno
- El primer borrador del trabajo escrito
- Las referencias bibliográficas citadas
- El estilo de redacción, comparado con trabajos que se sabe que ha realizado el alumno

El alumno y el profesor deben firmar el formulario correspondiente del *Manual de procedimientos del Programa del Diploma* con el fin de verificar la autoría del trabajo.

Los profesores deben supervisar el progreso de cada alumno durante todo el proceso, y estar en posición de discutir con los alumnos las fuentes de nuevos materiales que se incluyan en los proyectos o a los cuales se haga referencia en los mismos. Con frecuencia, los alumnos no son conscientes de cuándo les está permitido utilizar material escrito por un tercero o cuándo deben buscar ayuda en otras fuentes. Por lo tanto, el debate abierto en las primeras etapas es una buena forma de evitar estos posibles problemas.

Sin embargo, si los profesores no están seguros de si el alumno es el autor del proyecto, deben emplear una serie de métodos para comprobarlo. Estos pueden incluir:

- Hablar con el alumno
- Pedir al alumno que explique los métodos utilizados y que haga un resumen de los resultados y las conclusiones
- Pedir al alumno que reproduzca parte del análisis utilizando distintos datos
- Invitar al alumno a realizar una presentación en clase sobre su proyecto

El requisito de firmar, tanto el alumno como el profesor, la portada de la evaluación interna se aplica al trabajo de todos los alumnos, no solo al de aquellos que formen parte de la muestra que se enviará al examinador para moderación. Si el profesor y el alumno firman la portada, pero esta incluye algún comentario que indique que el trabajo pudiera no ser original, el alumno no recibirá nota alguna en ese componente y, por tanto, no podrá obtener una calificación final para la asignatura. Para más información, consulte la publicación del IB titulada *Probidad académica* y los artículos pertinentes del *Reglamento general del Programa del Diploma*.

No se permite presentar un mismo trabajo para la evaluación interna y la Monografía.

Trabajo en grupo

Se debe descartar el trabajo en grupo para el proyecto. Cada proyecto es un trabajo individual basado en distintas recopilaciones de datos o en la realización de distintas mediciones.

Se debe aclarar a los alumnos que todo el trabajo relacionado con el proyecto, incluida su redacción, ha de ser personal. Es, por tanto, conveniente que los profesores intenten fomentar entre los alumnos un sentido de la responsabilidad respecto de su aprendizaje, de manera que perciban su trabajo como algo propio de lo que se sientan orgullosos.

Temporalización

La evaluación interna es una parte fundamental del curso de Estudios Matemáticos NM y representa un 20% de la evaluación final del curso. Este porcentaje debe verse reflejado en el tiempo que se dedica a enseñar los conocimientos y las habilidades necesarios para llevar a cabo el trabajo de evaluación interna, así como en el tiempo total dedicado a realizar el trabajo.

Se espera que se asigne un total de aproximadamente 25 horas lectivas al trabajo. En estas horas se deberá incluir:

- El tiempo que necesita el profesor para explicar a los alumnos los requisitos del proyecto
- Tiempo de clase para que los alumnos trabajen en el proyecto
- Tiempo para consultas entre el profesor y cada alumno
- Tiempo para revisar el trabajo y evaluar cómo progresa, y para comprobar que es original

Uso de los criterios de evaluación en la evaluación interna

Para la evaluación interna, se ha establecido una serie de criterios de evaluación. Cada criterio cuenta con cierto número de descriptores; cada uno describe un nivel de logro específico y equivale a un determinado rango de puntos. Los descriptores se centran en aspectos positivos aunque, en los niveles más bajos, la descripción puede mencionar la falta de logros.

Los profesores deben valorar el trabajo de evaluación interna con relación a los criterios, utilizando los descriptores de nivel.

- El propósito es encontrar, para cada criterio, el descriptor que exprese de la forma más adecuada el nivel de logro alcanzado por el alumno.
- Al evaluar el trabajo de un alumno, los profesores deben leer los descriptores de cada criterio, empezando por el nivel 0 y hasta llegar al descriptor que describa un nivel de logro que el alumno no haya alcanzado. El nivel que alcance el alumno será, por tanto, el inmediatamente anterior, y es el que se deberá asignar.
- Solamente deben utilizarse números enteros y no notas parciales, como fracciones o decimales.
- Los profesores no deben pensar en términos de aprobado o no aprobado, sino que deben concentrarse en identificar el descriptor apropiado para cada criterio de evaluación.
- Los descriptores de nivel más altos no implican un trabajo perfecto y pueden ser alcanzados por los alumnos. Los profesores no deben dudar en conceder los niveles extremos si corresponden a descriptores apropiados del trabajo que se está evaluando.
- Un alumno que alcance un nivel de logro alto en un criterio no necesariamente alcanzará niveles altos en los demás criterios. Igualmente, un alumno que alcance un nivel de logro bajo en un criterio no necesariamente alcanzará niveles bajos en los demás criterios. Los profesores no deben suponer que la evaluación general de los alumnos haya de dar como resultado una distribución determinada de puntuaciones.
- Se espera que los alumnos tengan acceso a los criterios de evaluación.

Descripción detallada de la evaluación interna

Proyecto

Duración: 25 horas lectivas

Porcentaje del total de la evaluación: 20%

Propósito del proyecto

Los objetivos generales de Estudios Matemáticos NM se logran a través de los objetivos de evaluación que se evalúan formalmente como parte del curso, sea en los exámenes escritos, en el proyecto, o en ambos. Los criterios de evaluación del proyecto han sido desarrollados para abordar estos objetivos. Además de servir para evaluar formalmente los objetivos del curso, el trabajo del proyecto proporciona a los alumnos oportunidades de adquirir competencias en áreas que pueden enriquecer tanto su educación como su desarrollo personal.

Con el proyecto se pretende:

- Que los alumnos desarrollen una perspectiva propia acerca de la naturaleza de las matemáticas, así como la capacidad para plantearse sus propias preguntas sobre la disciplina
- Animar a los alumnos a emprender un trabajo matemático y llevarlo a cabo
- Que los alumnos sean capaces de adquirir confianza para desarrollar estrategias que les permitan abordar problemas y situaciones nuevas
- Proporcionar a los alumnos oportunidades para que desarrollen sus propias técnicas y destrezas, y que alumnos con diversas aptitudes, intereses y vivencias puedan llegar a sentir satisfacción personal con el estudio de las matemáticas
- Que los alumnos sean capaces de percibir las matemáticas como una disciplina integrada y no como destrezas y conocimientos fragmentados y separados en compartimentos estancos
- Que los alumnos descubran la relación entre las matemáticas y otras áreas de interés, así como sus aplicaciones
- Proporcionar a los alumnos oportunidades de exponer con confianza lo que saben y lo que son capaces de hacer

Integración del proyecto

El trabajo relacionado con el proyecto debe realizarse como parte del curso, de modo que los alumnos tengan la oportunidad de adquirir las destrezas necesarias para llevar a cabo un proyecto adecuado.

Las horas lectivas dedicadas al proyecto pueden, por tanto, utilizarse para:

- Realizar discusiones generales sobre temas de estudio para el proyecto, tales como: dónde y cómo recopilar los datos o realizar las mediciones, qué cantidad de datos es conveniente, distintos modos de presentar los datos, qué pasos hay que seguir para analizarlos, cómo hacer la valoración
- Ofrecer a los alumnos la oportunidad de revisar y corregir proyectos de años anteriores utilizando los criterios de evaluación

En el material de ayuda al profesor se incluye más información sobre el desarrollo del proyecto.

Requisitos y recomendaciones

Todo proyecto debe constar de:

- Un título
- Una descripción de la tarea y el plan de trabajo

- Las mediciones realizadas y la información o los datos recopilados o generados
- Un análisis de las mediciones, la información o los datos
- Una interpretación de los resultados, incluido un análisis sobre la validez de los mismos
- Una notación y una terminología adecuadas

Los proyectos de tipo histórico que constatan hechos, pero que tienen poco contenido matemático, no son adecuados y se deben desaconsejar por completo.

Un trabajo que establezca el profesor no es adecuado como proyecto.

Los alumnos pueden elegir entre una amplia variedad de tipos de proyectos, por ejemplo, modelos matemáticos, investigaciones, aplicaciones y estudios estadísticos.

En general, el proyecto no debe exceder las **2.000 palabras** sin contar los diagramas, los gráficos, los apéndices y la bibliografía. Sin embargo, lo importante es la calidad del trabajo matemático y de los procedimientos utilizados y descritos, no la cantidad de palabras.

El profesor ha de ofrecer una orientación adecuada en cada una de las etapas del proyecto como, por ejemplo, dirigir a los alumnos hacia líneas de investigación más fructíferas, hacer sugerencias sobre fuentes de información apropiadas, y dar consejos sobre el contenido y la claridad de un proyecto en su fase de redacción.

Los profesores deben advertir a los alumnos sobre la existencia de errores, pero sin corregirlos de manera explícita.

Es necesario insistir en que los alumnos deben asesorarse con el profesor a lo largo de todo el proceso.

Todos los alumnos han de estar familiarizados con los requisitos y con los criterios de evaluación del proyecto.

Los alumnos han de comenzar a planificar sus proyectos lo más pronto posible una vez comenzado el curso. Los plazos de entrega se deben establecer de modo estricto y, preferiblemente, se deben pactar entre profesores y alumnos. Debe fijarse una fecha para la entrega del título del proyecto y una breve descripción del mismo, otra para completar la recopilación o generación de los datos, otra para la entrega del primer borrador y, por supuesto, la fecha para la finalización del proyecto.

Para desarrollar estos proyectos, los alumnos deben hacer uso de los conocimientos matemáticos adquiridos durante el curso. El nivel de complejidad ha de ser similar al establecido en el programa de estudios. No se espera que los alumnos elaboren un trabajo sobre temas no incluidos en el programa de estudios de Estudios Matemáticos NM (no obstante, ello no será objeto de sanción).

Criterios de evaluación interna

El proyecto es evaluado internamente por el profesor y moderado externamente por el IB utilizando criterios de evaluación que se refieren a los objetivos de evaluación de Estudios Matemáticos NM.

Cada proyecto se evalúa según los siete criterios siguientes. La nota final de cada proyecto es la suma de los puntos obtenidos en cada criterio. La nota final máxima es 20.

Los alumnos que no presenten un proyecto no recibirán una calificación final para Estudios Matemáticos NM.

Criterio A	Introducción
Criterio B	Información/mediciones

Criterio C	Procedimientos matemáticos
Criterio D	Interpretación de resultados
Criterio E	Validez
Criterio F	Estructura y comunicación
Criterio G	Notación y terminología

Criterio A: Introducción

En este contexto, la palabra “tarea” se define como “lo que el alumno se dispone a hacer” y la palabra “plan” como “la manera en que se dispone a hacerlo”. Al principio de cada proyecto debe incluirse un enunciado o una breve descripción de la tarea. Todos los proyectos deben tener un título claro.

Nivel	Descriptor de nivel
0	El proyecto no contiene un enunciado claro de la tarea. <i>En el proyecto no se indica lo que el alumno se propone realizar o ha realizado.</i>
1	El proyecto contiene un enunciado claro de la tarea. <i>Para alcanzar este nivel se debe indicar de forma explícita en qué consiste la tarea.</i>
2	El proyecto contiene un título, un enunciado claro de la tarea y una descripción del plan. <i>No es necesario exponer el plan con todo detalle, pero se debe describir cómo se va a ejecutar la tarea. Este nivel de logro no se puede alcanzar si el proyecto no tiene un título.</i>
3	El proyecto contiene un título, un enunciado claro de la tarea y una descripción detallada del plan. <i>El plan debe especificar las técnicas que se van a utilizar en cada etapa y el propósito de su uso, destacando así la tarea.</i>

Criterio B: Información/mediciones

En este contexto, las mediciones realizadas incluyen las obtenidas por medio de un computador, la observación, la predicción a partir de un modelo matemático, o la experimentación. La información de carácter matemático incluye las figuras geométricas y los datos obtenidos de forma empírica o a partir de fuentes externas. Esta lista no es exhaustiva y la información matemática no se reduce únicamente a datos para análisis estadísticos. Si se realiza un cuestionario o una encuesta, entonces se debe incluir una copia de los mismos junto con los datos primarios.

Nivel	Descriptor de nivel
0	El proyecto no contiene información ni mediciones pertinentes obtenidas por el alumno. <i>No se ha hecho ninguna tentativa de recopilar información o realizar mediciones pertinentes.</i>
1	El proyecto contiene información o mediciones pertinentes obtenidas por el alumno. <i>Se puede otorgar este nivel incluso si existe un defecto grave en los medios utilizados para obtener la información, por ejemplo, un cuestionario incorrecto o una encuesta mal realizada.</i>

Nivel	Descriptor de nivel
2	<p>La información o las mediciones pertinentes obtenidas están organizadas de forma apropiada para su análisis o son suficientes tanto en cantidad como en calidad.</p> <p><i>Se ha realizado una tentativa satisfactoria de estructurar la información o las mediciones de modo que queden preparadas para el proceso de análisis, o se ha descrito detalladamente el proceso de obtención de las mismas y se ha justificado la cantidad de información. Para alcanzar este nivel de logro, es necesario incluir los datos primarios.</i></p>
3	<p>La información o las mediciones pertinentes obtenidas están organizadas de forma apropiada para su análisis y son suficientes tanto en cantidad como en calidad.</p> <p><i>Se han estructurado correctamente la información y las mediciones de modo que queden preparadas para su análisis, y se ha descrito detalladamente el proceso de obtención de las mismas y se ha justificado la cantidad de información. Este nivel no se puede alcanzar si la información o las mediciones son insuficientes en cantidad o demasiado simples. Si la información o las mediciones provienen de una fuente secundaria, entonces se deben presentar pruebas de que se ha realizado un muestreo cuando corresponda. Todos los procesos de muestreo se deben describir de forma completa.</i></p>

Criterio C: Procedimientos matemáticos

Cuando se presenten diagramas, se espera que los alumnos utilicen una regla cuando sea necesario y no ofrezcan simplemente un bosquejo. Un dibujo aproximado hecho a mano alzada no se considerará un procedimiento matemático correcto. Si se utilizan medios tecnológicos, se espera que el alumno muestre una comprensión clara de los procedimientos matemáticos utilizados. Los gráficos deben incluir toda la información pertinente. Es responsabilidad del profesor determinar la precisión de las matemáticas utilizadas e indicar cualquier error que exista en el proyecto final. Si un proyecto no contiene procedimientos matemáticos simples, entonces los dos primeros procedimientos avanzados se valorarán como simples.

Nivel	Descriptor de nivel
0	<p>El proyecto no contiene ningún procedimiento matemático.</p> <p><i>Por ejemplo, cuando el alumno ha copiado los procedimientos de un libro sin ningún intento de utilizar información que haya recopilado o generado él mismo.</i></p> <p><i>A los proyectos que se limitan a presentar hechos históricos les corresponde este nivel.</i></p>
1	<p>Se han desarrollado al menos dos procedimientos matemáticos simples.</p> <p><i>Se consideran procedimientos simples aquellos que un alumno de Estudios Matemáticos NM podría llevar a cabo fácilmente, por ejemplo, porcentajes, áreas de figuras planas, gráficos, trigonometría, gráficos de barras, gráficos de sectores, media y desviación típica, sustitución en una fórmula, y cualquier cálculo o gráfico realizado a través de medios tecnológicos únicamente.</i></p>
2	<p>Se han desarrollado al menos dos procedimientos matemáticos simples de forma correcta.</p> <p><i>Un pequeño número de errores aislados no debe descalificar al alumno para obtener este nivel. Sin embargo, si existe un uso incorrecto de fórmulas o errores sistemáticos en la utilización de los datos, no se puede alcanzar este nivel de logro.</i></p>

Nivel	Descriptor de nivel
3	<p>Se han desarrollado al menos dos procedimientos matemáticos simples de forma correcta. Todos los procedimientos utilizados son pertinentes.</p> <p><i>Los procedimientos matemáticos simples deben ser pertinentes con respecto al objetivo general establecido para el proyecto.</i></p>
4	<p>Los procedimientos matemáticos simples y pertinentes se han desarrollado de forma correcta. Además, se ha desarrollado al menos un procedimiento avanzado pertinente.</p> <p><i>Ejemplos de procedimientos avanzados son cálculo diferencial, utilización de modelos matemáticos, optimización, análisis de funciones exponenciales, pruebas y distribuciones estadísticas y probabilidad compuesta. Para alcanzar este nivel de logro no es necesario que los cálculos del procedimiento avanzado estén libres de error. Al menos un procedimiento avanzado debe ser desarrollado mostrando todos los cálculos.</i></p>
5	<p>Los procedimientos matemáticos simples y pertinentes se han desarrollado de forma correcta. Además, se ha desarrollado al menos un procedimiento avanzado pertinente.</p> <p>Todos los procedimientos que se han llevado a cabo, tanto los simples como los avanzados, están libres de error.</p> <p><i>No se podrá alcanzar este nivel de logro si las mediciones, la información o los datos tienen un alcance limitado.</i></p>

Criterio D: Interpretación de resultados

El uso de los términos “interpretación” y “conclusión” se refiere muy concretamente a las explicaciones sobre lo que las matemáticas utilizadas nos permiten deducir una vez procesados los datos o la información originales. El análisis de las limitaciones y la validez de los procedimientos se evalúa en otro criterio.

Nivel	Descriptor de nivel
0	<p>El proyecto no contiene ninguna interpretación ni conclusión.</p> <p><i>Se otorga este nivel cuando claramente no existen interpretaciones ni conclusiones en ninguna parte del proyecto, o cuando se ofrece una interpretación completamente errónea sin referencia a ninguno de los resultados obtenidos.</i></p>
1	<p>El proyecto contiene al menos una interpretación o una conclusión.</p> <p><i>Para este nivel solo es necesario que exista un mínimo indicio de interpretaciones o conclusiones. Se puede alcanzar este nivel si se plantea la necesidad de interpretar los resultados y existe una tentativa de hacerlo, aunque solo se llegue a conclusiones falsas o contradictorias.</i></p>
2	<p>El proyecto contiene interpretaciones o conclusiones que son coherentes con los procedimientos matemáticos utilizados.</p> <p><i>Se debe utilizar un procedimiento de coherencia y, en consecuencia, no se trata de ver aquí si los procedimientos son correctos o pertinentes: el único requisito es la coherencia.</i></p>

Nivel	Descriptor de nivel
3	<p>El proyecto contiene un análisis significativo de interpretaciones y conclusiones que son coherentes con los procedimientos matemáticos utilizados.</p> <p><i>Para alcanzar este nivel, el alumno ha de presentar un análisis de los resultados obtenidos y de las conclusiones extraídas basado en el nivel de comprensión que razonablemente se puede esperar de un alumno de Estudios Matemáticos NM. Esto puede llevar a un análisis sobre las razones subyacentes para los resultados obtenidos.</i></p> <p><i>Este nivel de logro no se puede otorgar si el proyecto es demasiado sencillo y ofrece pocas posibilidades de realizar una interpretación sustancial.</i></p>

Criterio E: Validez

La validez se refiere a si se han utilizado las técnicas adecuadas para recopilar la información, si las matemáticas utilizadas han sido adecuadas para el tratamiento de la información y si contienen alguna limitación que restrinja su aplicación al proyecto. También se debe juzgar con este criterio cualquier limitación o reserva formulada por el alumno sobre las conclusiones e interpretaciones. Aquí las consideraciones son independientes de si son correctas o no las interpretaciones y conclusiones concretas a las que se haya llegado.

Nivel	Descriptor de nivel
0	No se muestra conciencia de que la validez juega un papel en el proyecto.
1	<p>Existe una indicación justificada sobre si la validez juega un papel en el proyecto y en qué parte de este.</p> <p><i>Existe un análisis sobre la validez de las técnicas utilizadas o el reconocimiento de alguna limitación que pudiera existir. Un simple enunciado tal como “tendría que haber utilizado más información o más mediciones” no es suficiente para alcanzar este nivel. Si el alumno considera que la validez no tiene importancia, debe justificarlo plenamente.</i></p>

Criterio F: Estructura y comunicación

El término “estructura” se refiere fundamentalmente a la organización de la información, operaciones e interpretaciones en el sentido de presentar el proyecto como una secuencia lógica de razonamientos y actividades, comenzando con la descripción de la tarea y el plan, y terminando con las conclusiones y limitaciones.

La comunicación no mejora con un gran número de procedimientos repetitivos. Todos los gráficos deben estar rotulados y presentar una escala adecuada.

No se pretende que la ortografía, la gramática y la sintaxis sean perfectas, y estas características no se juzgarán al asignar un nivel para este criterio. Sin embargo, se recomienda encarecidamente a los profesores que corrijan y ayuden a los alumnos en los aspectos lingüísticos del trabajo. Los proyectos muy pobres desde el punto de vista lingüístico tienen menos probabilidades de destacar en lo relativo a este criterio. Los proyectos que no reflejen la dedicación de tiempo requerida no alcanzarán un nivel alto en este criterio de evaluación.

Nivel	Descriptor de nivel
0	No se ha realizado ningún intento de estructurar el proyecto. <i>Es de esperar que no haya muchos alumnos que merezcan este nivel.</i>
1	Se ha realizado algún intento de estructurar el proyecto. <i>Los proyectos incompletos y los proyectos muy sencillos solo obtendrán este nivel.</i>
2	Se ha estructurado el proyecto de manera lógica, de modo que se puede seguir fácilmente. <i>Debe existir un desarrollo lógico del proyecto. El proyecto debe reflejar la dedicación adecuada para obtener este nivel de logro.</i>
3	Se ha estructurado bien el proyecto, de acuerdo con el plan establecido, y su exposición es coherente. <i>Para obtener este nivel, el proyecto debe estar bien redactado y contener notas a pie de página y una bibliografía, cuando corresponda. El proyecto debe estar bien enfocado y contener únicamente análisis pertinentes.</i>

Criterio G: Notación y terminología

Este criterio se refiere al uso de una terminología y una notación matemática correctas. No se acepta el uso de la notación de las calculadoras o de las hojas de cálculo.

Nivel	Descriptor de nivel
0	El proyecto no contiene notación matemática o terminología correctas. <i>Es de esperar que no haya muchos alumnos que merezcan este nivel.</i>
1	El proyecto contiene alguna notación matemática correcta o alguna terminología correcta.
2	El proyecto contiene en su totalidad notación matemática y terminología correctas. <i>Las variables deben estar definidas explícitamente. Un desliz aislado en la notación no impedirá a un alumno alcanzar este nivel. Este nivel de logro no se puede otorgar a un proyecto sencillo que requiera poca o ninguna notación matemática o terminología.</i>

Glosario de términos de instrucción

Términos de instrucción con definiciones

Los alumnos deberán familiarizarse con los siguientes términos y expresiones utilizados en las preguntas de examen. Los términos se deberán interpretar tal y como se describe a continuación. Aunque estos términos se usarán frecuentemente en las preguntas de examen, también podrán usarse otros términos con el fin de guiar a los alumnos para que presenten un argumento de una manera específica.

A partir de lo anterior	Utilizar los resultados obtenidos anteriormente para responder a la pregunta.
A partir de lo anterior o de cualquier otro modo	La expresión sugiere que se utilicen los resultados obtenidos anteriormente, pero también pueden considerarse válidos otros métodos.
Calcular	Obtener una respuesta numérica y mostrar las operaciones pertinentes.
Comentar	Emitir un juicio basado en un enunciado determinado o en el resultado de un cálculo.
Comparar	Exponer las semejanzas entre dos (o más) elementos o situaciones refiriéndose constantemente a ambos (o a todos).
Deducir	Establecer una conclusión a partir de la información suministrada.
Derivar	Obtener la derivada de una función.
Describir	Exponer detalladamente.
Determinar	Obtener la única respuesta posible.
Dibujar aproximadamente	Representar por medio de un diagrama o un gráfico (rotulados si fuese necesario). El esquema deberá dar una idea general de la figura o relación que se pide y deberá incluir las características pertinentes.
Dibujar con precisión	Representar a lápiz por medio de un diagrama o un gráfico precisos y rotulados. Se debe utilizar la regla para las líneas rectas. Los diagramas se deben dibujar a escala. En los gráficos, cuando el caso lo requiera, los puntos deben aparecer correctamente marcados y unidos, bien por una línea recta, o por una curva suave.
Elaborar	Mostrar información de forma lógica o con un diagrama.
Enumerar	Proporcionar una lista de respuestas cortas sin ningún tipo de explicación.
Escribir	Obtener la respuesta (o respuestas), por lo general, a partir de la información que se puede extraer. Se requieren pocos cálculos o ninguno, y no es necesario mostrar los pasos que se han seguido.
Estimar	Obtener un valor aproximado.

Hallar	Obtener una respuesta mostrando los pasos pertinentes.
Indicar	Especificar un nombre, un valor o cualquier otro tipo de respuesta corta sin aportar explicaciones ni cálculos.
Interpretar	Utilizar los conocimientos y la comprensión para reconocer tendencias y extraer conclusiones a partir de información determinada.
Justificar	Proporcionar razones o pruebas válidas que respalden una respuesta o conclusión.
Mostrar	Indicar los pasos realizados en un cálculo o deducción.
Mostrar que	Obtener el resultado requerido (posiblemente, utilizando la información dada) sin necesidad de una prueba. En este tipo de preguntas, por lo general, no es necesario el uso de la calculadora.
Resolver	Obtener la respuesta por medio de métodos algebraicos, numéricos o gráficos.
Rotular	Añadir rótulos o encabezamientos a un diagrama.
Situar	Marcar la posición de puntos en un diagrama.
Verificar	Proporcionar pruebas que validen el resultado.

Notación

Entre los diversos tipos de notación usuales, el IB ha decidido adoptar un sistema que sigue las recomendaciones de la Organización Internacional de Normalización (ISO). Esta notación se utiliza en las pruebas de examen de este curso sin explicaciones. Si en una prueba de examen determinada se utilizasen otras formas de notación no contenidas en esta guía, estas vendrían definidas dentro de la pregunta donde aparezcan.

Puesto que los alumnos deben reconocer, aunque no necesariamente utilizar, la notación del IB empleada en los exámenes, se recomienda que los profesores la introduzcan lo antes posible. Durante los exámenes **no** está permitido consultar esta notación.

Los alumnos deben utilizar siempre la notación matemática correcta y no la de las calculadoras.

\mathbb{N}	conjunto de los números enteros positivos y el cero, $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Z}	conjunto de los números enteros, $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
\mathbb{Z}^+	conjunto de los números enteros positivos, $\{1, 2, 3, \dots\}$
\mathbb{Q}	conjunto de los números racionales
\mathbb{Q}^+	conjunto de los números racionales positivos, $\{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > 0\}$
\mathbb{R}	conjunto de los números reales
\mathbb{R}^+	conjunto de los números reales positivos, $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
$\{x_1, x_2, \dots\}$	conjunto de los elementos x_1, x_2, \dots
$n(A)$	número de elementos del conjunto finito A
\in	es un elemento de/pertenece a
\notin	no es un elemento de/no pertenece a
\emptyset	conjunto vacío
U	conjunto universal
\cup	unión
\cap	intersección
\subset	es un subconjunto propio de
\subseteq	es un subconjunto de/está contenido en
A'	conjunto complementario del conjunto A

$p \wedge q$	conjunción: p y q
$p \vee q$	disyunción: p o q (o ambas)
$p \underline{\vee} q$	disyunción exclusiva: p o q (no ambas)
$\neg p$	negación: no p
$p \Rightarrow q$	implicación: si p entonces q
$p \Leftarrow q$	implicación: si q entonces p
$p \Leftrightarrow q$	equivalencia: p es equivalente a q/p si y solo si q
$a^{1/n}, \sqrt[n]{a}$	a elevado a $\frac{1}{n}$, raíz n -ésima (enésima) de a (si $a \geq 0$ entonces $\sqrt[n]{a} \geq 0$)
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	a elevado a $-n$, el inverso de a^n
$a^{1/2}, \sqrt{a}$	a elevado a $\frac{1}{2}$, raíz cuadrada de a (si $a \geq 0$ entonces $\sqrt{a} \geq 0$)
x	el módulo o valor absoluto de x , es decir $\begin{cases} x & \text{for } x \geq 0, x \in \mathbb{R} \\ -x & \text{for } x < 0, x \in \mathbb{R} \end{cases}$
\approx	es aproximadamente igual a
$>$	es mayor que
\geq	es mayor o igual que
$<$	es menor que
\leq	es menor o igual que
\nlessgtr	no es mayor que
\nlessgtr	no es menor que
u_n	término n -ésimo (enésimo) de una progresión
d	diferencia de una progresión aritmética
r	razón de una progresión geométrica
S_n	suma de los n primeros términos de una progresión, $u_1 + u_2 + \dots + u_n$

$\sum_{i=1}^n u_i$	$u_1 + u_2 + \dots + u_n$
$f(x)$	imagen de x por la función f
$\frac{dy}{dx}$	derivada de y con respecto a x
$f'(x)$	derivada de $f(x)$ con respecto a x
sen, cos, tan	funciones trigonométricas (circulares)
$A(x, y)$	punto A del plano, de coordenadas cartesianas x e y
\hat{A}	ángulo de vértice A
\hat{CAB}	ángulo formado por las rectas $[CA]$ y $[AB]$
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A , B y C
$P(A)$	probabilidad del suceso A
$P(A')$	probabilidad del suceso "no A "
$P(A B)$	probabilidad del suceso A dado el suceso B
x_1, x_2, \dots	valores observados
f_1, f_2, \dots	frecuencias con que ocurren los valores observados x_1, x_2, \dots
\bar{x}	media de un conjunto de datos
μ	media de la población
σ	desviación típica de la población
$N(\mu, \sigma^2)$	distribución normal de media μ y varianza σ^2
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	la variable aleatoria X tiene una distribución normal de media μ y varianza σ^2
r	coeficiente de correlación momento-producto de Pearson
χ^2	chi-cuadrado